

УДК 550.34.013.4

doi: 10.55959/MSU0579-9406-4-2024-63-1-130-144

ВАРИАЦИОННЫЕ АЛГОРИТМЫ ГЛУБИННОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ МИГРАЦИИ В ДВУМЕРНЫХ СРЕДАХ С ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ СКОРОСТИ

Павел Юрьевич Степанов¹✉, Юлия Александровна Гоманюк²

¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия; seismic310@mail.ru ✉, <https://orcid.org/0000-0002-8131-8998>

² Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия; juliagmn@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-1253-4689>

Аннотация. В работе рассмотрены три алгоритма кинематической миграции (преобразования временных полей нормальных лучей в отражающие границы), основанные на вариационной теории лучевого трассирования, разработанной профессором кафедры сейсмометрии и геоакустики геологического факультета МГУ Т.И. Облогиной. Результаты численных экспериментов на теоретических моделях слоистых сред различной сложности позволили выявить существенные недостатки «классического» вариационного алгоритма решения обратной кинематической задачи. Предложено две модификации «классического» вариационного алгоритма в части вычисления стартового угла выхода лучей от земной поверхности (принцип учета кривизны сейсмических лучей и преломления на промежуточных границах оставлен без изменений): вариационный алгоритм, использующий «лучи изображения» и алгоритм кинематической миграции для слоистых сред с переменными пластовыми скоростями, учитывающий наклон каждой границы. Полученные на теоретических моделях слоистых сред результаты продемонстрировали высокую эффективность решения обратной кинематической задачи модифицированным алгоритмом кинематической миграции, учитывающим наклон каждой границы.

Ключевые слова: обратная кинематическая задача, вариационное исчисление, лучевое трассирование, сейсмический луч, неоднородные среды, кинематическая миграция, градиент скорости

Для цитирования: Степанов П.Ю., Гоманюк Ю.А. Вариационные алгоритмы глубинной кинематической миграции в двумерных средах с горизонтальным градиентом скорости // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 4. Геология. 2024. № 1. С. 130–144.

VARIATIONAL ALGORITHMS OF DEEP KINEMATIC MIGRATION IN TWO-DIMENSIONAL MEDIA WITH HORIZONTAL VELOCITY GRADIENT

Pavel Yu. Stepanov¹✉, Yuliya A. Gomanyuk²

¹ Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; seismic310@mail.ru ✉, <https://orcid.org/0000-0002-8131-8998>

² Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; juliagmn@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-1253-4689>

Abstract. The paper considers three algorithms of kinematic migration (transformation of time fields of normal rays into reflecting boundaries) based on the variational theory of ray tracing developed by Professor of the Department of Seismometry and Geoacoustics of the Geological Faculty of Moscow State University T.I. Oblogina. The results of numerical experiments on theoretical models of layered media of varying complexity have revealed significant drawbacks of the “classical” variational algorithm for solving the inverse kinematic problem. Two modifications of the “classical” variational algorithm are proposed in terms of calculating the starting angle of the rays’ exit from the Earth’s surface, leaving unchanged the principle of taking into account the curvature of seismic rays and refraction at intermediate boundaries: a variational algorithm using “image rays” and a kinematic migration algorithm for layered media with variable reservoir velocities, taking into account the slope of each boundary. The results obtained on theoretical models of complex environments demonstrated high efficiency of solving the inverse kinematic problem by a modified kinematic migration algorithm that takes into account the slope of each boundary.

Keywords: inverse kinematic problem, calculus of variations, ray tracing, seismic ray, inhomogeneous media, kinematic migration, velocity gradient

For citation: Stepanov P.Yu., Gomanyuk Yu.A. Variational algorithms of deep kinematic migration in two-dimensional media with horizontal velocity gradient. *Moscow University Geol. Bull.* 2024; 1: 130–144. (In Russ.).

Введение. Определение глубинных параметров среды является одной из основных задач сейсморазведки МОБ. Долгое время это была единственная ее задача, но по мере развития методов изучения динамических характеристик сейсмической записи

круг решаемых сейсморазведкой проблем существенно расширился — от прогнозирования вещественного состава пород до контроля за разработкой месторождения. Тем не менее, задача определения глубинного строения разреза, перестав быть един-

ственной, по-прежнему играет центральную роль в сейсмическом методе разведки. Это связано, во-первых, с тем, что геометрия среды и в том числе взаиморасположение отражающих границ внутри выделенной пачки являются существенными информативными параметрами в полном наборе характеристик среды (таких, как поглощение, анизотропия и т.д.), по которым прогнозируются свойства геологического разреза [Глоговский, 1989]. Во-вторых, конечной целью сейсмической разведки месторождения нефти и газа является передача его под бурение, что предполагает построение детальных структурных карт в глубинном масштабе по всем целевым горизонтам. Наконец, решение обратной кинематической задачи выполняется по наиболее надежным, хорошо коррелирующимся вдоль профиля «опорным» осям синфазности, допускающим достаточно точное определение кинематических параметров отраженных волн. Это позволяет построить «остов» глубинного разреза и дает возможность на его основе совершенствовать и уточнять модель среды.

Кинематическая миграция, то есть преобразование временных полей нормальных лучей (линий t_0) в отражающие границы является одной из важнейших задач цифровой обработки данных МОГТ. Анализ опубликованных работ показывает, что большинство использующихся в современной практике алгоритмов кинематической миграции основаны на предположении о том, что скорость распространения сейсмических волн либо постоянна во всей толще выше отражающей границы, либо кусочно-постоянна в пределах каждого пласта [Глоговский, Лангман, 2009; Глоговский, 2011]. Лучевые траектории в таких средах являются соответственно либо прямыми, либо ломаными линиями.

В реальной ситуации предположение о локальной однородности слоев выполняется лишь приближенно, что приводит к ошибкам в оценках искомых параметров среды. Данные прямых измерений скоростей в скважинах свидетельствуют о том, что слои временной мощностью более 200–300 мс редко бывают однородными. Естественно, что при определении параметров такого слоя без учета его неоднородности возникают ошибки, которые не только искажают представления о нем самом, но и сказываются на точности определения характеристик последующих горизонтов. Вопрос о том, как сказывается неоднородность реальной среды на правильности решения обратной кинематической задачи способами, исходящими из предположения о локальной однородности слоев, является одним из центральных с точки зрения эффективности использования подобных алгоритмов при обработке реальных данных. Таким образом, если в среде имеется горизонтальная скоростная неоднородность, задача преобразования временных разрезов в глубинные требует специальной математической постановки [Степанов, 2000].

В практике современных 2D сейсмических исследований сложнопостроенных геологических объектов широко используется модель двумерной среды, представляющей собой слоистую толщу с криволинейными границами и переменными пластовыми скоростями. При работе с такими моделями при преобразовании временных изображений в глубинные горизонты необходимо корректно учитывать как искривление сейсмических лучей в слоях, вызванное неоднородностью среды, так и преломление лучей на промежуточных границах. Для вычисления лучевых траекторий в этом случае удобно использовать вариационную теорию лучевого трассирования, разработанную профессором кафедры сейсмометрии и геоакустики геологического факультета МГУ Т.И. Облогиной [Облогина, 1998]. Вопросы лучевого трассирования в сложнопостроенных средах также подробно рассматриваются в работах [Cervený, 2001; Rawlinson et al., 2007].

Результаты проведенных авторами численных экспериментов на теоретических моделях слоистых сред различной сложности позволили выявить существенные недостатки «классического» 2D вариационного алгоритма кинематической миграции, изначально предложенного Т.И. Облогиной для трехмерной среды [Степанов, Гоманюк, 2023]. В первоначальном варианте данный алгоритм предполагал расчет стартового угла выхода сейсмических лучей от земной поверхности с использованием наклона первого временного изображения [Облогина, Степанов, 2001]. В дальнейшем с использованием мигрированного положения первой отражающей границы лучи преломлялись по закону Снеллиуса и трассировались в нижележащем слое с новыми начальными условиями. При этом корректное восстановление первой отражающей границы, которое наблюдалось практически на всех моделях, не всегда сопровождалось таким же успешным результатом для более глубоких границ [Степанов, Гоманюк, 2023]. Если нижние границы повторяли форму верхней, по наклону которой алгоритм определял стартовый угол выхода лучей, то результаты кинематической миграции были достаточно хорошими, то есть алгоритм корректно восстанавливал все глубинные горизонты. В противном случае (при различных наклонах отражающих границ) алгоритм работал с существенными погрешностями.

Авторами были разработаны две модификации «классического» вариационного алгоритма в части вычисления стартового угла выхода лучей от земной поверхности. Принципы учета кривизны сейсмических лучей (из-за наличия скоростных неоднородностей в слоях) и преломления на промежуточных границах оставлены без изменений:

- модифицированный вариационный алгоритм кинематической миграции, использующий «лучи изображения»;
- модифицированный вариационный алгоритм кинематической миграции для слоистых сред с пере-

Особенности вариационных алгоритмов кинематической миграции

№	Алгоритм	Тип скоростей	Учет сейсмического сноса	Способ определения начального угла выхода луча
1	«Классический», для слоистых сред с горизонтальным градиентом скорости	интервальные (пластовые) скорости	с учетом сейсмического сноса	через $dt_{(1)}/dx$ и V_1 : угол наклона первой границы, скорости в первом слое
2	Модифицированный, использующий «лучи изображения»	интервальные (пластовые) скорости	без учета сейсмического сноса	Луч, нормальный к земной поверхности
3	Модифицированный, учитывающий наклон каждой границы	интервальные (пластовые) скорости	с учетом сейсмического сноса	через dt_j/dx (угол наклона j -й границы) и средние скорости до j -й границы

менными пластовыми скоростями, учитывающий наклон каждой границы.

Кратко особенности каждого из рассмотренных в работе вариационных алгоритмов кинематической миграции приведены в таблице.

Все три вариационных алгоритма кинематической миграции были реализованы в виде программного обеспечения на языке C++, после чего с целью изучения возможностей и ограничений алгоритмов были проведены расчеты на теоретических моделях, которые позволили сделать выводы о применимости данных алгоритмов для восстановления геологических границ в средах различной сложности.

«Классический» вариационный алгоритм кинематической миграции для слоистых сред с горизонтальным градиентом скорости. Алгоритм основан на вычислении лучевых траекторий с использованием теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Эльсгольц, 1965]. Использовались пластовые скорости постоянные по вертикали и произвольно меняющиеся по горизонтали в пределах каждого пласта. Данная пластовая скоростная модель наиболее распространена на практике. При этом следует отметить, что для расчета сейсмических лучей с использованием вариационного алгоритма факт наличия или отсутствия вертикального градиента скорости в пластах не имеет принципиального значения, поскольку используемый алгоритм позволяет работать с любыми типами неоднородных сред [Степанов, Гоманюк, 2022].

Геофизическая и математическая постановка задачи. Задача построения по данным МОГТ отражающих границ в слоистых средах с пластовыми скоростями, изменяющимися вдоль каждого из пластов по произвольному закону, может быть сформулирована следующим образом. В точках $(x, 0)$, произвольно расположенных вдоль линии профиля, заданы времена $t_{0i}(x)$, а также величины пластовых скоростей, найденные по скважинным данным и результатам скоростного анализа сейсмограмм МОГТ. Пластовые скорости определены на вертикальных полупрямых в нижнем полупространстве $z > 0$, исходящих из произвольно расположенных точек на линии профиля. Требуется восстановить отражающие границы, соответствующие зависимостям $t_{0i}(x)$ с учетом преломления лучей на вышележащих границах [Ермаков, Степанов, 2018].

Данная задача может быть сформулирована как задача интегрирования системы дифференциальных уравнений лучей для двумерной среды [Эльсгольц, 1965]:

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = v_i \cos \theta, \\ \frac{dz(t)}{dt} = v_i \sin \theta, \\ \frac{d\theta(t)}{dt} = v_{ix} \sin \theta - v_{iz} \cos \theta. \end{cases} \quad (1)$$

где $v_i(x)$ — функция номера пласта i ($i = 0, 1, \dots, n$) и горизонтальной координаты x ; θ — угол, который составляет касательная к лучу с горизонтальной осью x .

В качестве независимой переменной выступает время пробега t .

Первые два уравнения этой системы определяют пространственные траектории лучей:

$$x = x(t), \quad z = z(t),$$

третье — угол падения луча.

Требуется определить начальные условия для всех неизвестных функций в системе уравнений (1), затем найти решение задачи Коши для уравнений (1) и определить из этого решения значения x, z , отвечающие значению $\tau = t_0/2$, где t_0 — временное изображение отражающей поверхности. Геометрическое место найденных точек отражения представляет собой искомую отражающую границу [Ермаков, Степанов, 2018].

Определение начальных условий. Решение задачи начнем с определения начальных условий:

$$x(t)|_{t=0} = x_0, \quad z(t)|_{t=0} = z_0, \quad \theta(t)|_{t=0} = \theta_0, \quad (2)$$

для системы дифференциальных уравнений (1).

Первые два условия из (2) могут быть легко определены из следующих простых соображений. На линии наблюдений $z = 0$ заданы координаты x_0 точек прихода лучей, исходящих с земной поверхности и отраженных затем по нормали от границы $f(x, z) = 0$. Таким образом, x_0 — координаты пунктов приема, а $z_0 = 0$ в случае, если линия профиля совпадает с линией приведения, или z_0 — превышение текущей точки профиля на земной поверхности над линией приведения [Ермаков, Степанов, 2018].

Остается найти недостающее начальное условие для третьего уравнения системы (1). Для нахождения этого условия воспользуемся уравнением Эйконала, из которого получим:

$$t'_{0x} = \frac{\sin \gamma_0}{v_0}, \quad (3)$$

где γ_0 — угол, который составляет касательная к лучу с осью z в точке выхода луча на поверхность; v_0 — скорость в верхнем слое в точке выхода луча на поверхность; t'_{0x} — производная временного изображения первой отражающей границы по горизонтальной координате x .

Из (3) следует:

$$\gamma_0 = \arcsin v_0 t'_{0x}. \quad (4)$$

Заметим, что все величины, входящие в правые части формулы (4) могут быть найдены из данных эксперимента и по этим величинам вычислены угол выхода γ_0 луча в точке (x_0) плоскости $z = 0$.

Поскольку для решения системы уравнений нам требуется угол, который составляет касательная к лучу с горизонтальной осью x (т.е. угол θ_0), имеем третье начальное условие для системы (1):

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} - \gamma_0. \quad (5)$$

Учет преломления на границе раздела. При нахождении в многослойной среде отражающих границ необходимо учитывать преломление лучей на уже найденных вышележащих границах.

С точки зрения задачи интегрирования системы уравнений (1) это означает, что в точках пересечения лучей с первой границей, на которой происходит разрыв скоростной функции $v_j(x)$, необходимо найти новые начальные условия для целой переменной $j = 1$, затем — для $j = 2, 3, \dots, n - 1$ [Ермаков, Степанов, 2018].

При переходе через преломляющую границу переменные x, z, t в системе уравнений (1) остаются непрерывными, в то время как переменная θ испытывает скачок. В новых начальных условиях θ должна быть заменена со значений θ_j на значения θ_{j+1} . Новые условия могут быть найдены на основе стандартного закона преломления Снеллиуса, выражающего связь между углами падения и преломления со значением скоростей в верхнем и нижнем пластах. Для решения двумерных кинематических задач сейсморазведки применение стандартной формы закона преломления не представляет никакой сложности, поскольку нужна только связь между углами падения и преломления, но не связь между азимутами направлений падения падающего, преломленного лучей и границы, на которой происходит преломление, со значением скоростей в соседних слоях.

Таким образом, задача определения глубин отражающих границ сведена к интегрированию системы дифференциальных уравнений (1) с начальными

условиями (2), (5), для первого пласта и новыми начальными условиями для углов θ , меняющихся скачкообразно при переходе через преломляющие границы для всех следующих пластов [Ермаков, Степанов, 2018].

Интегрирование системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (1) осуществляется методом Рунге-Кутты 4-ого порядка точности.

Вариационный алгоритм кинематической миграции для слоистых сред с горизонтальным градиентом скорости, использующий «лучи изображения». В классической работе по теории сейсмических изображений Ю.Н. Воскресенского при объяснении принципов глубинной миграции в средах с горизонтальным градиентом скорости используется термин «лучи изображения» применительно к лучам, которые выходят перпендикулярно земной поверхности и прослеживаются вглубь геологической среды до точки отражения с учетом искривления лучевых траекторий и преломления на промежуточных границах [Воскресенский, 2006]. С точки зрения существующих алгоритмов кинематической миграции данная идея представляет собой симбиоз алгоритма послойного пересчета, подробно рассмотренного в работе [Степанов, Гоманюк, 2023], и «классического» вариационного алгоритма. От первого взята идея вертикального выхода лучей от земной поверхности, от второго — учет кривизны и преломления сейсмических лучей.

Была создана программная реализация данной модификации вариационного алгоритма и проведены расчеты на нескольких теоретических моделях сред, для которых «классический» вариационный алгоритм не дал хороших результатов.

Каждая математическая модель состояла из пяти слоев. Скорость в слоях принималась постоянной или переменной по горизонтальной оси. Вертикальный градиент скорости в слоях отсутствовал, поскольку на практике при формировании пластовой скоростной модели среды часто используются данные скоростного анализа и скважинные данные, предполагающие определение пластовых скоростей в виде ступенчатых функций с постоянной в пределах каждого пласта вертикальной составляющей скорости.

Для каждой модели была решена прямая кинематическая задача с использованием вариационного алгоритма лучевого трассирования, то есть были рассчитаны линии $t_0(x)$ для каждой отражающей границы [Степанов, Гоманюк, 2022]. При расчетах от каждой отражающей границы с постоянным шагом по координате x выпускались лучи под углом 90° к границе (нормальные лучи). Далее эти лучи прослеживались до земной поверхности с учетом искривления, вызванного скоростными неоднородностями в слоях, и преломления на вышележащих границах.

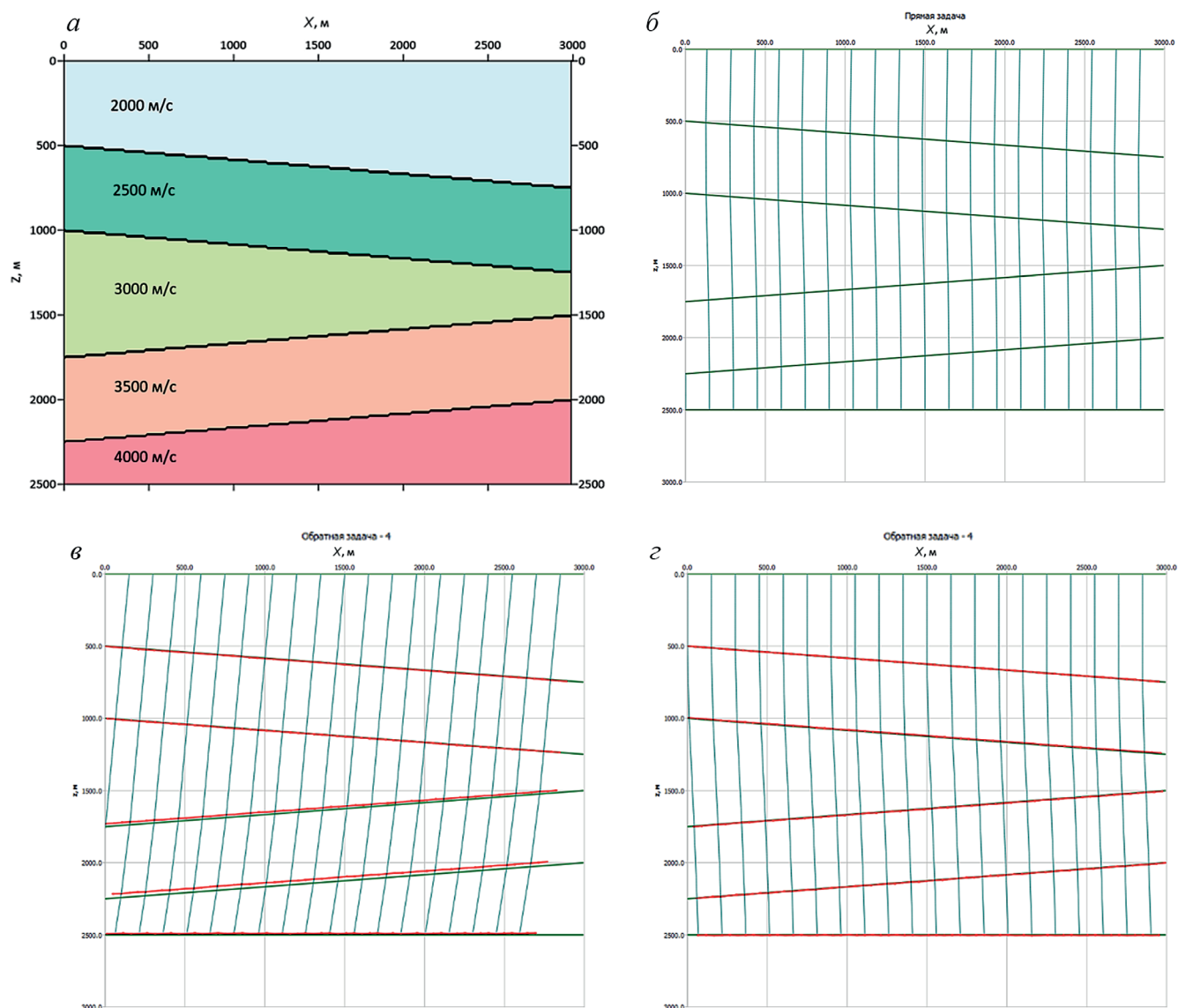


Рис. 1. Модель 1 (а) и решение прямой задачи для нее (б). Сравнение работы «классического» (в) и модифицированного, использующего «лучи изображения» (г), вариационных алгоритмов на примере модели 1

При проведении численных экспериментов по полученным в результате решения прямой кинематической задачи 2D временным изображениям границ (линиям t_0) решалась обратная кинематическая задача различными алгоритмами кинематической миграции и проводилось сравнение исходной модели и восстановленных глубинных границ, а также сравнение результатов, полученных с использованием «классического» и модифицированного вариационных алгоритмов.

Для расчетов использовались теоретические модели размером 3 км вдоль профиля и 3 км в глубину. Шаг пунктов возбуждения был выбран равным 50 м. При решении обратной задачи интегрирование системы дифференциальных уравнений лучей проводилось с шагом по времени 1 мс.

Модель 1. Наклонно-слоистая среда с разнонаправленным наклоном границ и постоянными пластовыми скоростями. На практике при интерпретации сейсмических разрезов МОВ-ОГТ неред-

ко встречаются геологические разрезы, в которых какой-либо слой выклинивается вдоль профиля. На рис. 1, а приведена такая модель с наклоном слоев равным 5° , что соответствует изменению глубины границы примерно 250 м на 1 км расстояния вдоль профиля. Скорости в слоях постоянны и составляют 2000, 2500, 3000, 3500, 4000 м/с.

На рис. 1, б представлено решение прямой кинематической задачи для данной модели среды. Зеленым цветом показаны модельные глубинные границы, голубым — нормальные сейсмические лучи, прослеженные от нижней границы до земной поверхности.

На рис. 1, в, г представлен результат решения обратной кинематической задачи с использованием «классического» и модифицированного алгоритмов для данной модели среды. Красным цветом показаны глубинные границы, восстановленные при решении обратной кинематической задачи, зеленым — исходные модельные границы.

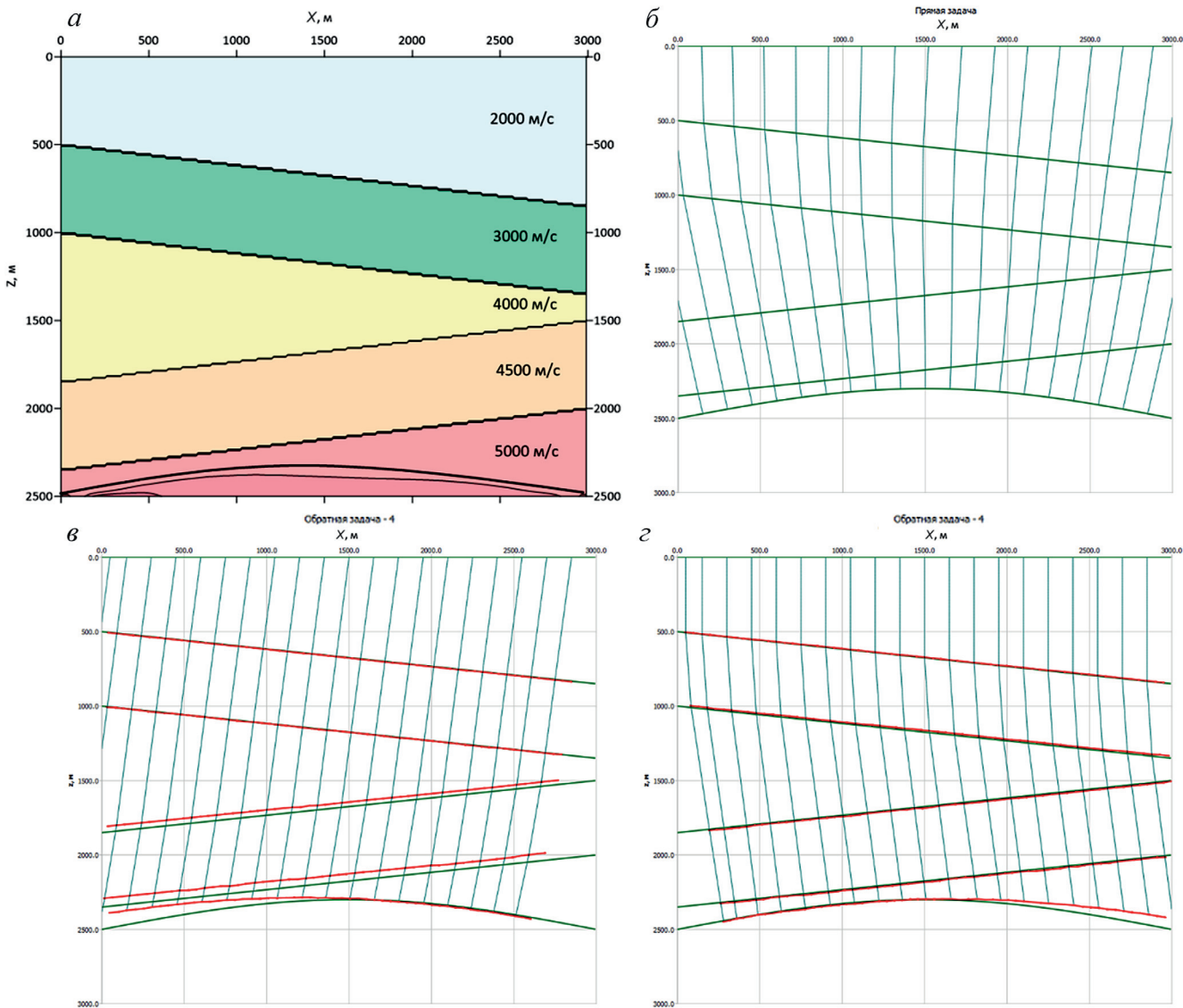


Рис. 2. Модель 2 (а) и решение прямой задачи для нее (б). Сравнение работы «классического» (в) и модифицированного, использующего «лучи изображения» (г), вариационных алгоритмов на примере модели 2

Голубым цветом показаны сейсмические лучи, прослеженные от земной поверхности до нижней границы.

Как видим, модифицированный алгоритм в данной ситуации позволил идеально восстановить положение модельных границ, что не удалось исходной версии вариационного алгоритма. Это объясняется практически полным совпадением восходящих лучей (для прямой задачи) и нисходящих (для модифицированного алгоритма) (рис. 1, б, г). Если стартовый угол определяется по наклону первой границы (рис. 1, в) для восстановления всех границ в модели (а не только первой), то в случае изменения наклона нижележащих границы (границы 3 и 4 в модели) мы получаем принципиально неверный результат восстановления границ. В случае же вертикального стартового угла выхода лучей от земной поверхности мы видим лишь небольшие ошибки для каждой наклонной границы, которые, даже с учетом накопления ошибки для нижних границ, не дают ви-

димых несовпадений исходных и восстановленных границ (рис. 1, г).

Модель 2. Наклонно-слоистая среда с разнонаправленным наклоном границ и антиклинальной нижней границей. Аналогичные результаты были получены для модели 2, отличающейся от предыдущей модели наклоном верхних границ, формой нижней границы и контрастом скоростей в слоях (рис. 2, а). Наклон слоев в модели составляет 7°, максимальная амплитуда нижней границы — 200 м. Скорости в слоях постоянны и составляют 2000, 3000, 4000, 4500, 5000 м/с. На рис. 2, б представлено решение прямой кинематической задачи для данной модели среды.

На рис. 2, в, г представлен результат решения обратной кинематической задачи с использованием «классического» и модифицированного алгоритмов для данной модели среды. С использованием модифицированного вариационного алгоритма все границы восстановились практически идеально

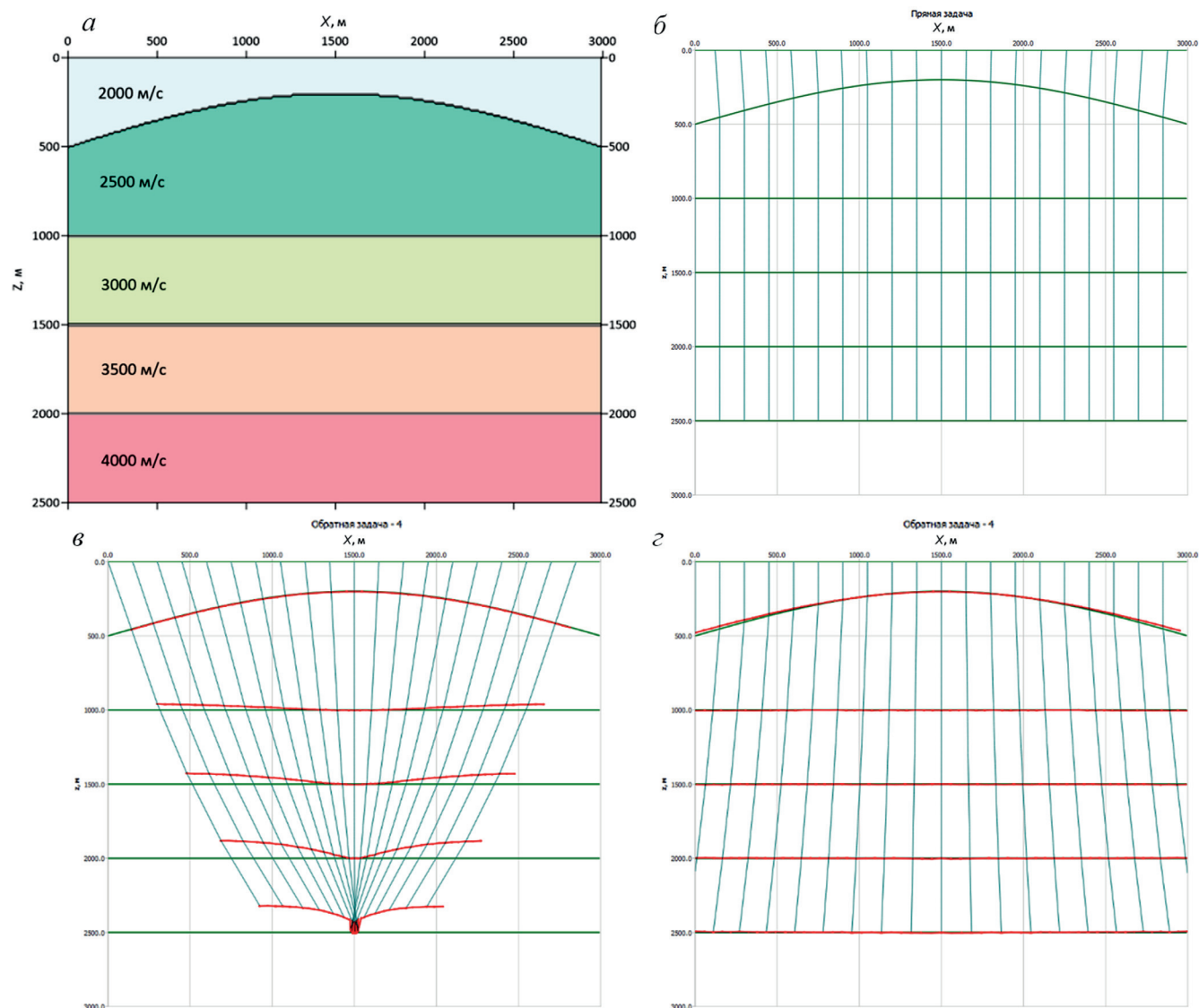


Рис. 3. Модель 3 (а) и решение прямой задачи для нее (б). Сравнение работы «классического» (в) и модифицированного, использующего «лучи изображения» (г), вариационных алгоритмов на примере модели 3

(рис. 2, г) за исключением нижней антиклинальной границы в правой части профиля, где очевидно, что лучи пришли не по нормали к отражающей поверхности. То есть в этой части модели среды принципиально нарушена сама идея восстановления границ способом лучевого трассирования, что привело с существенным погрешностям в работе алгоритма.

Модель 3. Горизонтально-слоистая среда с антиклинальной верхней границей. Исследуем горизонтально-слоистую модель с антиклинальной верхней границей (рис. 3, а). Амплитуда антиклинальной границы в центральной ее части составляет 100 м. Скорости в слоях модели постоянны и составляют 2000, 2500, 3000, 3500, 4000 м/с. На рис. 3, б представлено решение прямой кинематической задачи для данной модели среды.

На рис. 3, в, г представлен результат решения обратной кинематической задачи с использованием классического и модифицированного алгоритмов для данной модели среды. Можно видеть (рис. 3, в),

что классический вариационный алгоритм абсолютно некорректно восстанавливает отражающие границы в силу особенностей распространения лучей в модели (определяемых формой первой границы), а его модификация, напротив, допустив некоторые неточности при определении положения первой искривленной границы, практически идеально восстанавливает все последующие границы в модели, так как он не учитывает существенную кривизну первой границы, и лучи распространяются в нижележащих слоях почти вертикально (рис. 3, г).

Однако было бы ошибкой делать вывод, что данная модификация вариационного алгоритма является универсальным инструментом для восстановления границ любой формы. Рассмотренные выше примеры являются скорее исключением из общего правила. Для большинства моделей модифицированный вариационный алгоритм не только не обеспечивает восстановление нижних границ точнее, чем «классический» алгоритм лучевого

трассирования, но и приводит к увеличению ошибок определения глубин и формы границ. Это объясняется тем, что для моделей с произвольной формой границ при решении прямой задачи нормальные лучи от каждой границы выходят на земную поверхность под углами, существенно отличными от 90° . Поэтому при решении обратной кинематической задачи выход лучей по нормали к земной поверхности далеко не всегда приводит к уменьшению вычислительных ошибок по сравнению с «классическим» вариационным алгоритмом. Таким образом, мы не можем рекомендовать данную версию алгоритма кинематической миграции в качестве универсального инструмента для проведения структурных построений по данным МОВ-ОГТ.

Вариационный алгоритм кинематической миграции для слоистых сред с горизонтальным градиентом скорости, учитывающий наклон каждой границы. Проведенные на теоретических моделях расчеты позволили установить, что параллельность отражающих границ является залогом успеха применимости алгоритмов, вычисляющих стартовый угол выхода лучей по наклону первой границы при решении обратной задачи [Степанов, Гоманюк, 2023]. Например, в моделях 1 и 2 две верхние границы параллельны, и стартовый угол выхода лучей, вычисленный для верхней границы, подходит и для второй. При этом третья и четвертая границы наклонены в другую сторону, поэтому лучи, выпущенные от земной поверхности под углом, рассчитанным по первой границе, принципиально не будут соответствовать нормальным лучам для этих границ, которые трассировались при решении прямой задачи. Это является «слабым местом» классического вариационного алгоритма кинематической миграции, определяющим неточности в восстановлении границ в сложных моделях слоистых сред.

В работе [Степанов, Гоманюк, 2023] было показано, что простой с точки зрения математики среднескоростной алгоритм кинематической миграции, использующий прямолинейные лучи, но при этом учитывающий наклон всех отражающих границ, очень часто позволял получать гораздо более корректные результаты, чем «классический» вариационный алгоритм, основанный на решении системы дифференциальных уравнений и учитывающий преломление и искривление лучей в неоднородных средах. Это говорит в пользу учета наклона (при решении обратной кинематической задачи) не только верхней, но и нижележащих границ. Другими словами, корректное определение стартового угла выхода сейсмических лучей от земной поверхности отдельно для каждой границы имеет большее влияние на результат решения обратной кинематической задачи, чем учет кривизны сейсмических лучей и преломления на промежуточных границах. А в исходной постановке «классический» вариационный алгоритм предполагает определение начального угла только для первой границы [Облогина, Степанов,

2000]. Именно это является существенным недостатком вариационного алгоритма, который, как было показано авторами, во многих ситуациях не позволяет получить корректное решение обратной кинематической задачи из-за конфигурации первой границы, отличающейся от нижележащих границ [Степанов, Гоманюк, 2023].

Основываясь на вышесказанном, авторами была предложена идея модификации вариационного алгоритма решения обратной кинематической задачи, которая состоит в том, чтобы вычислять стартовый угол выхода лучей отдельно для каждой границы с использованием средней скорости для данной границы, чего не было в исходной версии алгоритма, предложенной Т.И. Облогиной. Была создана программа, реализующая данную модификацию вариационного алгоритма, и проведены расчеты на нескольких моделях, для которых «классический» вариационный алгоритм не дал приемлемых результатов.

Модель 1. Наклонно-слоистая среда с разнонаправленным наклоном границ и постоянными пластовыми скоростями. На рис. 4 представлены результаты расчетов для модели среды с разнонаправленным наклоном границ (модель 1), описание которой приведено выше. На рис. 4, б представлено решение прямой кинематической задачи для данной модели среды. Зеленым цветом показаны модельные глубинные границы, голубым — нормальные сейсмические лучи, прослеженные от нижней границы до земной поверхности. Справа на рис. 4, в показан результат решения прямой кинематической задачи (линии t_0) для каждой из пяти границ.

Можно видеть, что «классический» вариационный алгоритм не позволил корректно восстановить положение границ (рис. 4, г). Это объясняется, как и в предыдущем случае, расхождением восходящего (для прямой задачи) и нисходящего (для вариационного алгоритма) лучей, что особенно ярко проявляется в этой модели (рис. 4, б, г). Интерес представляет сравнение результатов применения исходной версии вариационного алгоритма и его модификации для данной модели (рис. 4, г, д). Верхние две границы восстанавливаются одинаково хорошо по обоим алгоритмам, поскольку границы параллельны. А вот нижние границы имеют противоположный наклон и угол выхода лучей, рассчитанный по первой границе, для них принципиально не подходит, что и приводит к ошибкам восстановления нижних границ по «классическому» алгоритму (рис. 4, г). В то же время модифицированный алгоритм, который рассчитывает стартовый угол отдельно для каждой границы, позволил обойти эту ошибку и получить корректные результаты решения обратной задачи для данной модели среды (рис. 4, д).

Модель 2. Наклонно-слоистая среда с разнонаправленным наклоном границ и антиклинальной нижней границей. Аналогичные результаты получены для модели 2 (рис. 5), которая ранее являлась

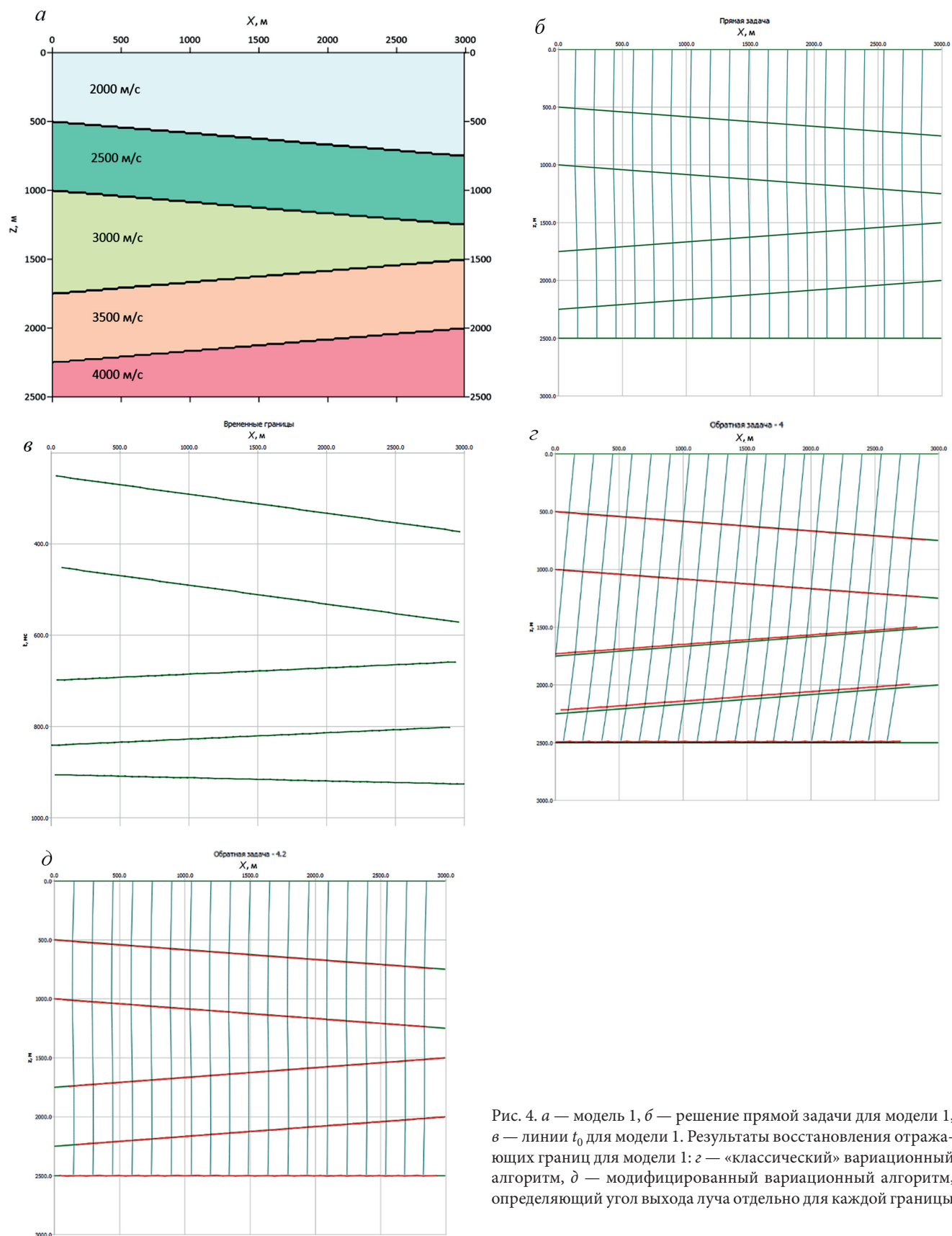


Рис. 4. *a* — модель 1, *б* — решение прямой задачи для модели 1, *в* — линии t_0 для модели 1. Результаты восстановления отражающих границ для модели 1: *г* — «классический» вариационный алгоритм, *д* — модифицированный вариационный алгоритм, определяющий угол выхода луча отдельно для каждой границы

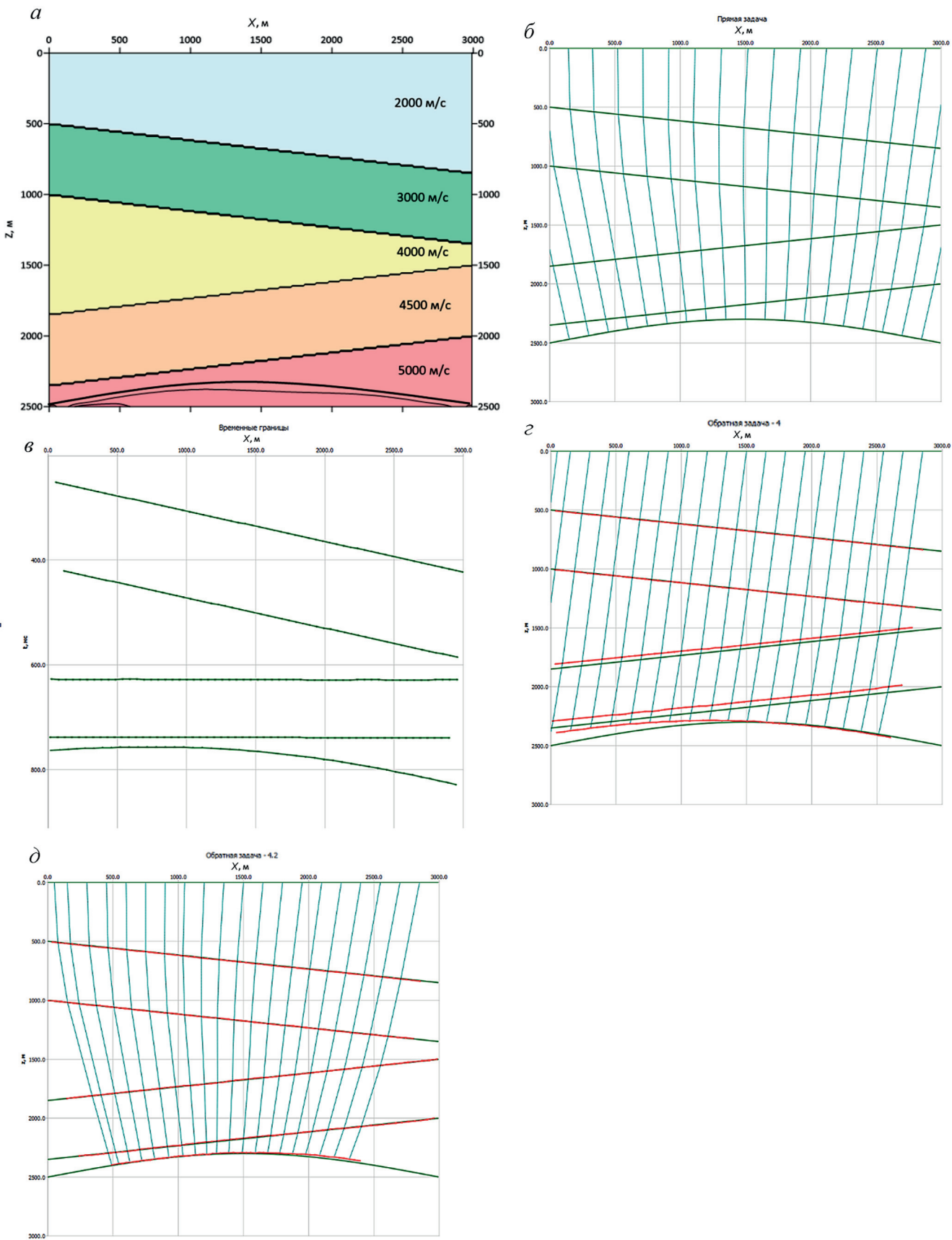


Рис. 5. *a* — модель 2, *б* — решение прямой задачи для модели 2, *в* — линии t_0 для модели 2; *з*, *д* — см. пояснения к рис. 4

непреодолимым препятствием для «классического» и модифицированного по «лучам изображения» вариационных алгоритмов (рис. 2). На рис. 5, б представлено решение прямой кинематической задачи для данной модели среды. Справа на рис. 5, в показан результат решения прямой кинематической задачи (линии t_0) для каждой из пяти границ.

Можно видеть, что модифицированный вариационный алгоритм позволил получить корректные результаты для каждой из границ модели, что, безусловно, является следствием совпадения структуры лучевых полей для прямой и обратной задачи (рис. 5, б, д), которого удалось достичь в результате грамотного определения стартового угла выхода сейсмических лучей от земной поверхности для каждой отражающей границы.

Модель 3. Горизонтально-слоистая среда с антиклинальной верхней границей. Очень показательный результат получен при расчетах на модели горизонтально-слоистой среды с антиклинальной верхней границей (модель 3), описание которой также приведено выше (рис. 6, а). На рис. 6, б представлено решение прямой кинематической задачи для данной модели среды. Справа на рис. 6, в показан результат решения прямой кинематической задачи (линии t_0) для каждой из пяти границ.

Анализируя результат решения обратной задачи для данной модели (рис. 6, г, д), можно сделать вывод, что неточное определение стартового угла выхода луча по «классическому» алгоритму приводит к абсолютно некорректному результату восстановления всех границ, за исключением верхней (рис. 6, г). Модифицированный же алгоритм, учитывающий недостатки всех алгоритмов кинематической миграции, рассмотренных в работе [Степанов, Гоманюк, 2023], позволил наиболее точно восстановить каждую границу в модели (рис. 6, д).

Модель 4. Горизонтально-слоистая среда с горизонтальным градиентом скорости в слоях. Исследуем влияние горизонтального градиента скорости на результат восстановления глубинных границ рассмотренными вариационными алгоритмами кинематической миграции (рис. 7). Рассматриваемая модель представляет собой горизонтально-слоистую среду со значительным горизонтальным градиентом скорости в слоях: 300 м/с на 1 км расстояния вдоль профиля (рис. 7, а).

На рис. 7, б представлено решение прямой кинематической задачи для данной модели среды. На рисунке видно, что лучи значительно искривляются из-за наличия в слоях значительного горизонтального градиента скорости. Справа на рис. 7, в показан результат решения прямой кинематической задачи (линии t_0) для каждой из пяти границ.

На рис. 7, г можно видеть, что для модели горизонтально-слоистой среды с выраженным градиентом скорости в слоях «классический» вариационный алгоритм сработал неэффективно, что объясняется некорректным определением

стартового угла выхода луча, а также значительным искривлением лучей в слоях вследствие большого градиента скорости (рис. 7, б, г). Корректно восстановить истинный угол выхода «прямого» луча на земную поверхность при использовании вариационных алгоритмов кинематической миграции в средах с существенным горизонтальным градиентом скорости не представляется возможным, поскольку формулы для определения стартового угла предполагают постоянство скорости и, как следствие, прямолинейность лучей. Тем не менее, вычисление стартового угла отдельно для каждой отражающей границы позволило при расчетах по модифицированному алгоритму получить траектории нисходящих лучей (рис. 7, д), близкие по форме к восходящим лучам в прямой задаче (рис. 7, б). В итоге результат восстановления нижних границ в сложной модели среды со значительным градиентом скорости в слоях для модифицированного вариационного алгоритма получился существенно более точным, чем для «классического» вариационного алгоритма (рис. 7, г, д).

Модель 5. Среда с синклинальными границами и горизонтальным градиентом скорости в слоях.

На рис. 8 представлены результаты расчетов для модели 5, содержащей синклинальную складку, осложненную наличием скоростного градиента, составляющего 150 м/с на 1 км расстояния вдоль профиля (рис. 8, а). Максимальная амплитуда в центральной части складки составляет 200 м для нижней границы. Вверх по разрезу складка выполаживается, для верхней границы максимальная амплитуда складки составляет 100 м. На рис. 8, б представлено решение прямой кинематической задачи для данной модели среды. Справа на рис. 8, в показан результат решения прямой кинематической задачи (линии t_0) для каждой из пяти границ.

Можно видеть, что модифицированный вариационный алгоритм кинематической миграции справился с задачей восстановления истинного положения границ (рис. 8, д), в то время как «классический» алгоритм из-за формы границ в модели и искривления сейсмических лучей в слоях дал существенную ошибку при работе с нижними границами в правой части модели (рис. 8, г). Аналогичные результаты получены и для моделей синклинальных складок с постоянными скоростями в слоях.

Таким образом, можно заключить, что предложенная авторами идея модификации вариационного алгоритма, предполагающая определение угла выхода луча по наклону временного изображения с учетом средней скорости для каждой границы, полностью себя оправдала. Полученные на теоретических моделях результаты продемонстрировали эффективность решения обратной кинематической задачи данным способом в тех ситуациях, где остальные алгоритмы кинематической миграции либо вообще не сработали, либо дали посредственные результаты [Степанов, Гоманюк, 2023].

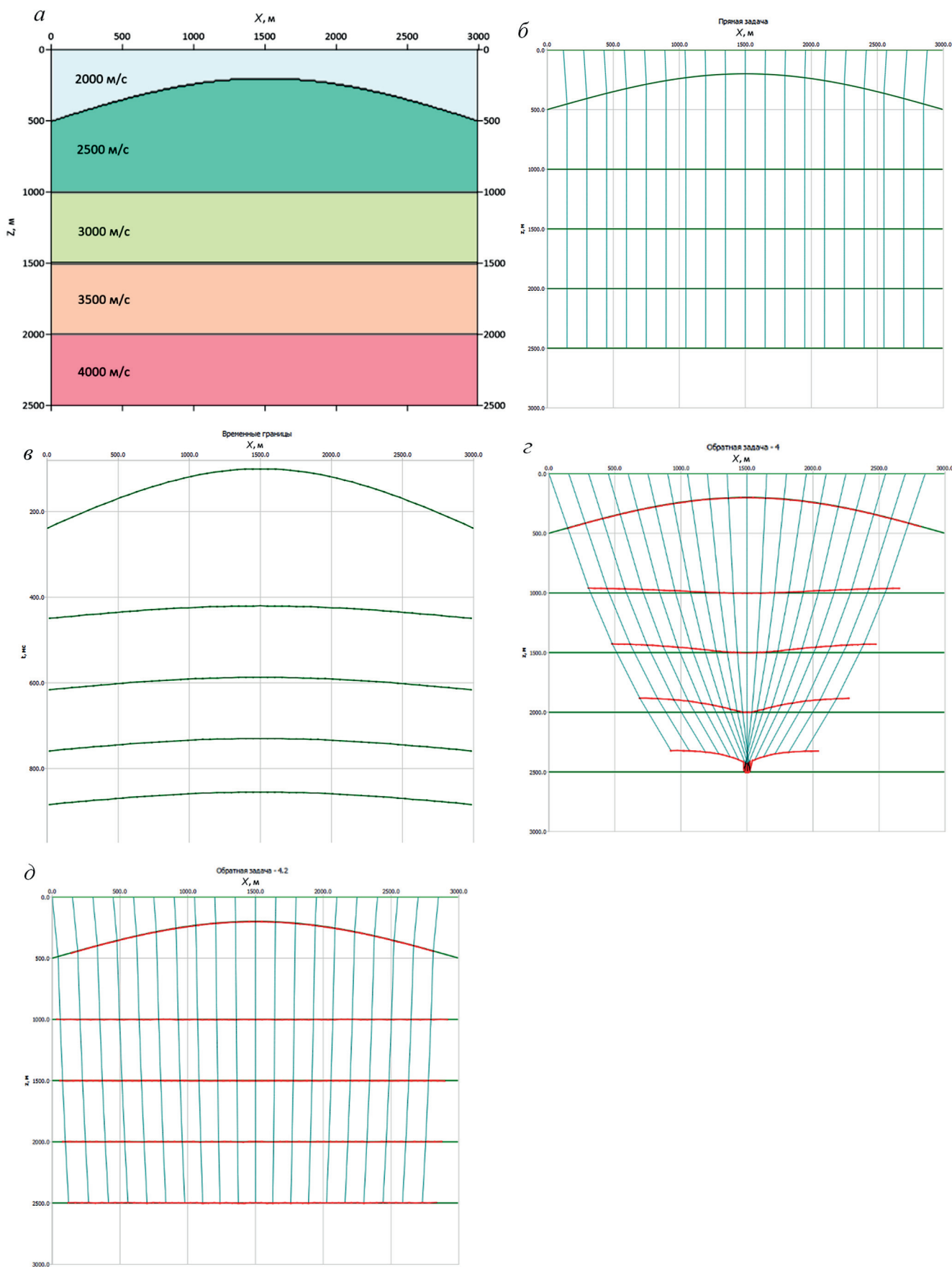


Рис. 6. *a* — модель 3, *б* — решение прямой задачи для модели 3, *в* — линии t_0 для модели 3; *г*, *д* — см. пояснения к рис. 4

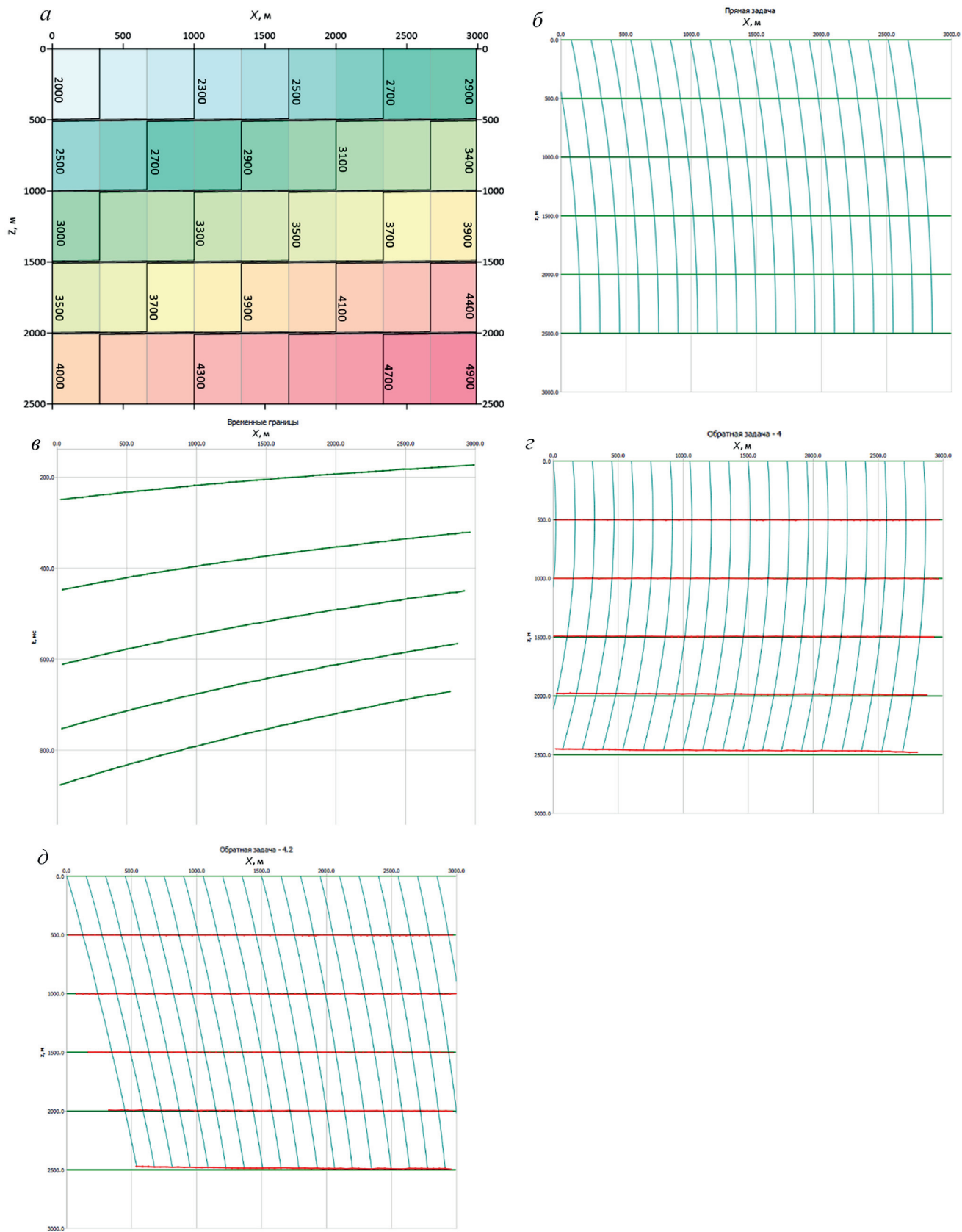


Рис. 7. *a* — модель 4, *б* — решение прямой задачи для модели 4, *в* — линии t_0 для модели 4; *з*, *д* — см. пояснения к рис. 4

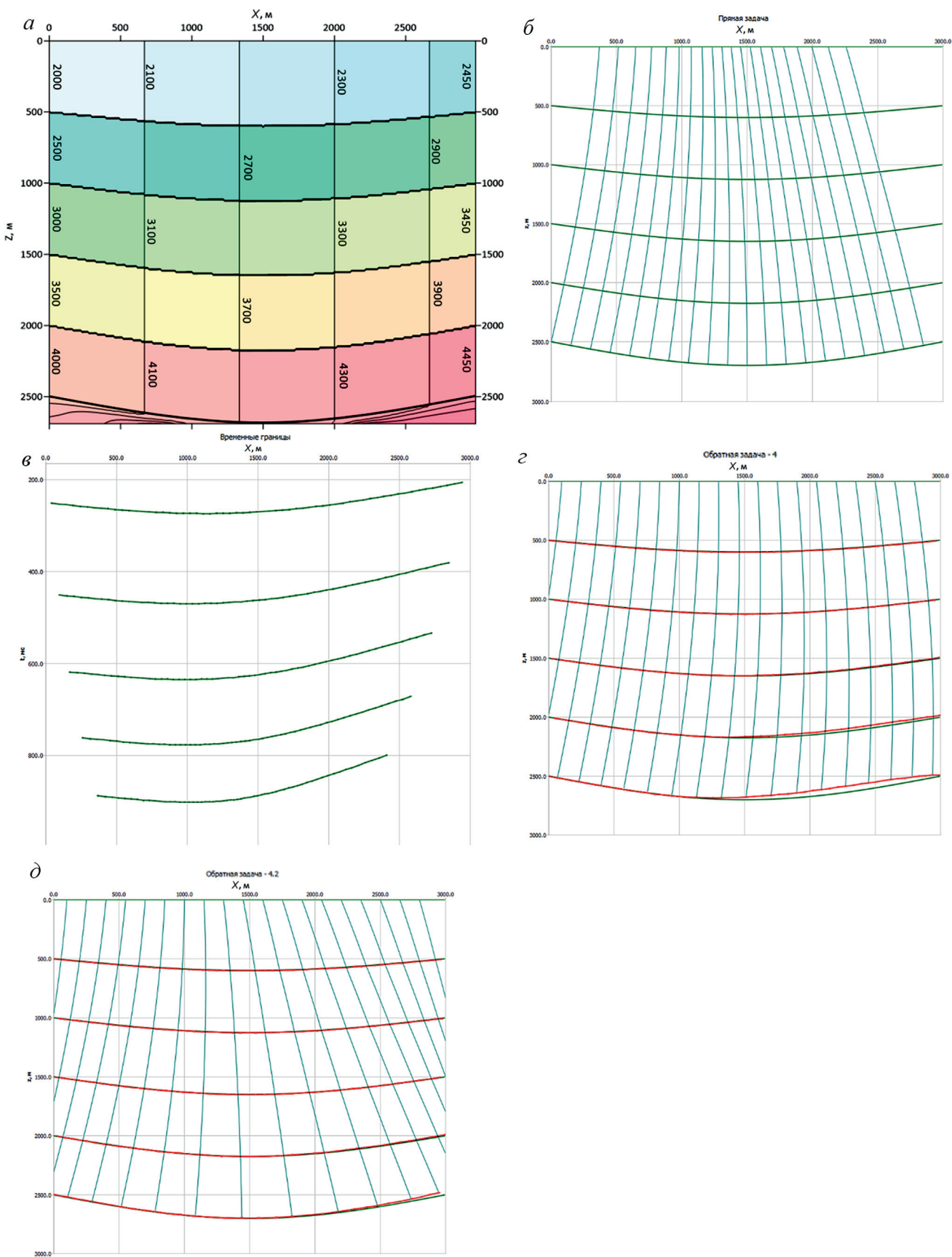


Рис. 8. а — модель 5, б — решение прямой задачи для модели 5, в — линии t_0 для модели 5; з, д — см. пояснения к рис. 4

Заключение. По результатам проведенных численных экспериментов с использованием трех рассмотренных в работе вариационных алгоритмов кинематической миграции были сделаны следующие выводы об эффективности применения каждого из алгоритмов для восстановления геологических границ в моделях сред различной сложности.

1. Параллельность границ, то есть унаследование нижними границами формы верхних горизонтов, является залогом успеха применимости «классического» вариационного алгоритма кинематической миграции, вычисляющего стартовый угол выхода лучей по наклону первой границы — если нижние границы повторяют форму верхней, то алгоритм вполне корректно восстанавливает все глубинные горизонты. В противном случае (при различных наклонах отражающих границ) алгоритм работает с существенными погрешностями.

2. В моделях с разнонаправленными углами падения границ лучи, выпущенные от земной поверхности под углом, рассчитанным по наклону первой границы, принципиально не будут соответствовать нормальным лучам (рассчитанным при решении прямой задачи) для этих границ. Это является серьезным недостатком «классического» вариационного алгоритма, который зачастую не позволяет получить корректное решение из-за конфигурации первой границы.

3. Для большинства рассмотренных моделей модифицированный с использованием «лучей изображения» вариационный алгоритм не только не

обеспечил восстановление нижних границ точнее, чем «классический» алгоритм лучевого трассирования, но и привел к увеличению ошибок определения глубин и формы границ. Это объясняется тем, что для моделей с произвольной формой границ при решении прямой задачи нормальные лучи от каждой границы выходят на земную поверхность под углами, существенно отличными от 90° .

4. Установлено, что корректное определение стартового угла выхода сейсмических лучей от земной поверхности для каждой границы отдельно имеет большее влияние на результат решения обратной кинематической задачи, чем учет кривизны сейсмических лучей и преломления на промежуточных границах.

5. При восстановлении складчатых структур обязательно применение модифицированного вариационного алгоритма кинематической миграции, учитывающего наклон границ.

Проанализировав все вышесказанное, можно заключить, что в сложных сейсмогеологических условиях (среды с крутопадающими границами, осложненные складками различной формы и т.п.) для корректного восстановления глубинного положения границ необходимо применение модифицированного вариационного алгоритма кинематической миграции, учитывающего: а) наклон отражающих границ; б) искривление сейсмических лучей в слоях, вызванное неоднородностью среды; в) преломление лучей на промежуточных границах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воскресенский Ю. Н. Построение сейсмических изображений. М., 2006.
2. Глоговский В.М. Прикладная теория определения скоростных и глубинных параметров среды по данным сейсморазведки МОВ: Автореф. дисс. ... докт. физ.-мат. н. М., 1989. 33 с.
3. Глоговский В.М. Структурная устойчивость алгоритмов определения скоростных и глубинных параметров среды // Технологии сейсморазведки. 2011. № 4. С. 6–11.
4. Глоговский В.М., Лангман С.Л. Свойства решения обратной кинематической задачи сейсморазведки // Технологии сейсморазведки. 2009. № 1. С. 10–17.
5. Ермаков А.П., Степанов П.Ю. Сейсморазведка неоднородных сред. М.: КДУ, Университетская книга, 2018. 122 с.
6. Облогина Т.И. Кинематическая теория сейсмических волн в неоднородных анизотропных средах // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 4. Геология. 1998. № 6. С. 52–59.
7. Облогина Т.И., Степанов П.Ю. Трехмерная кинематическая миграция в слоистых средах с горизонтальным

градиентом скорости // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 4. Геология. 2001. № 6. С. 40–47.

8. Степанов П.Ю. Алгоритмы глубинной кинематической миграции в трехмерных средах: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. М., 2000. 137 с.

9. Степанов П.Ю., Гоманюк Ю.А. Математическое моделирование кинематики сейсмических волн в сложно-построенных средах // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 4. Геология. 2022. № 6. С. 167–178.

10. Степанов П.Ю., Гоманюк Ю.А. Алгоритмы глубинной кинематической миграции в двумерных средах // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 4. Геология. 2023. № 6. С. 114–129.

11. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1965. 530 с.

12. Cerveny V. Seismic Ray Theory. 1st ed. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2001. 713 p.

13. Rawlinson N., Hauser J., Sambridge M. Seismic ray tracing and wavefront tracking in laterally heterogeneous media // Advances in Geophysics. 2007. Vol. 49. P. 203–267.

Статья поступила в редакцию 10.08.2023,
одобрена после рецензирования 02.10.2023,
принята к публикации 05.03.2024