

УДК 556.3

Н.Е. Сизов¹, С.П. Поздняков², Н.Н. Муромец³

ВЛИЯНИЕ ПЛАНОВОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ПРОВОДИМОСТИ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ОБРАБОТКИ ОТКАЧЕК В ИЗОЛИРОВАННОМ НЕОГРАНИЧЕННОМ ПЛАСТЕ

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»,
119991, Москва, ГСП-1, Ленинские Горы, 1

Lomonosov Moscow State University, 119991, Moscow, GSP-1, Leninskiye Gory, 1

Приводятся результаты численного моделирования кустовых откачек в неоднородном водоносном пласте с плановой изменчивостью проводимости, описываемой моделью стационарного случайного поля логарифма проводимости с заданным масштабом корреляции в плане. Рассмотрен случай сопоставимых плановых размеров куста и масштаба корреляции. Параметры модели неоднородности проводимости пласта получены из данных опытных опробований, проведенных в пределах Южно-Воронежского месторождения подземных вод. Моделирование показало, что усредненные результаты интерпретации данных кустовых откачек соответствуют среднегеометрическому значению поля проводимости пласта, что подтверждает полученный ранее приближенный теоретический результат для модели мелкомасштабной неоднородности и расширяет его на практически важный случай соизмеримости размеров куста и элементов геофильтрационной неоднородности в плане. Таким образом, наши исследования подтвердили возможность применения стандартных методов прослеживания при обработке данных кустовой откачки в условиях плановой неоднородности для оценки эквивалентной проводимости пласта в области расположения куста скважин.

Ключевые слова: опытно-фильтрационные опробования, геофильтрационная неоднородность, эквивалентная проводимость, Южно-Воронежское месторождение подземных вод, численное моделирование, метод Джейкоба–Купера.

The paper presents the results of numerical simulation of cluster pumping test in an heterogeneous aquifer with transmissivity variability described by the model of a stationary random field of its logarithm with a given scale of correlation in the plan. The case of comparable planar distance to observation wells and correlation scale is considered. Parameters of the model of transmissivity heterogeneity of the simulated aquifer are obtained from the data of experimental tests carried out within the limits of the South Voronezhskoye groundwater field. The simulation has shown that the average results of interpretation of these cluster pumping data correspond to the geometric value of the transmissivity, which confirms the previously obtained approximate theoretical result for the model of small-scale heterogeneity and extends it to an almost important case of similarity of cluster well test planar sizes and spatial scale of heterogeneity. Thus, the present study has confirmed the possibility to apply standard methods in processing of cluster pumping data under planned heterogeneity conditions to estimate the equivalent aquifer transmissivity in the well cluster location area.

Key words: cluster well test, hydraulic heterogeneity, equivalent transmissivity, Yuzhno-Voronezhskoye groundwater field, numerical modeling, Jacob–Cooper methods.

Введение. Опытнo-фильтрационное опробование (ОФО) повсеместно используется как основной метод оценки геофильтрационных параметров водоносных пластов. При этом традиционно считается [Боревский и др., 1973; Мироненко и др., 1978], что наиболее надежные расчетные величины параметров могут быть получены при интерпретации кустовых опытных откачек. Это связано с тем, что анализ понижений в наблюдательных скважинах позволяет провести диагностику и

обосновать выбор расчетной геофильтрационной схемы. Затем при оценке параметров по выбранной схеме кустовой опыт, с одной стороны, позволяет избежать проблем, связанных со скин-эффектом, влияющим на ход понижений в центральной скважине, а с другой — дает оценку параметров не в точке расположения центральной скважины, а их эффективные значения в пределах некоторой области, плановые размеры которой не меньше расстояний до наблюдательных скважин с зафик-

¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, геологический факультет, кафедра гидрогеологии, инженер, магистр геологии; *e-mail:* wwwwww@list.ru

² Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, геологический факультет, кафедра гидрогеологии, доцент, заведующий кафедрой, профессор, докт. геол.-минер. н.; *e-mail:* sprozd@mail.ru

³ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, геологический факультет, кафедра гидрогеологии, ст. науч. с.; *e-mail:* nedaj@mail.ru

сированными понижениями напора [Мироненко и др., 1978].

Для оценки параметров по данным ОФО наиболее часто используются аналитические решения соответствующих геофильтрационных задач. Так, например, для схемы неограниченного в плане и изолированного в разрезе пласта оценка проводимости (T) и пьезопроводности (a) основана на широко известном решении Ч. Тейса для динамики понижений напора при работе скважины с постоянным расходом [Мироненко и др., 1978]. Однако одна из важнейших предпосылок, при которых получено это решение, — постоянство этих параметров в пространстве, что, строго говоря, не выполняется в большинстве водоносных пластов. По-видимому, одним из первых на это обратил внимание Л.С. Язвин [Боревский и др., 1973], который еще с использованием моделирования на аналоговой технике исследовал влияние случайной плановой неоднородности проводимости на понижения напоров в наблюдательных скважинах и связал отклонения в этих графиках от асимптотического представления решения Тейса моделью Джейкоба–Купера [Мироненко и др., 1978; Синдаловский, 2011] с коэффициентом вариации поля проводимости. При этом им был сделан вывод, что получаемое при обработке комбинированных графиков понижений напора значение проводимости можно рассматривать как эффективный параметр для исследуемого неоднородного пласта.

М.И. Швидлер [Швидлер, 1963] впервые в рамках модели случайного изотропного поля проводимости с известным масштабом пространственной корреляции (I_h) в плане с использованием метода малых возмущений провел теоретический анализ стационарного потока к скважине, а затем расширил этот подход на нестационарный режим [Швидлер, 1985]. Он показал, что при нестационарном режиме откачки влияние неоднородности на понижения напора можно рассмотреть для случая крупномасштабной модели неоднородности, т.е. случая, когда характерный радиус зоны возмущения $r_D \approx \sqrt{at} \ll I_h$ и характерное расстояние до точки наблюдений $r \ll I_h$, а также для случая мелкомасштабной модели, когда r_D и $r \gg I_h$. При этом оказалось, что математическое ожидание эффективного значения проводимости для этих моделей получается разным для одного и того же поля плановой изменчивости этого параметра, а для мелкомасштабной модели это значение соответствует эффективной проводимости двумерной неоднородной среды.

Для описания и анализа влияния фильтрационной неоднородности на геофильтрацию в неоднородных пластах с 1980-х гг. широко применяется подход, в котором используется модель случайного нормально распределенного поля логарифма коэффициента фильтрации $Y = \ln K$ с параметрами: $M\{Y\} = \bar{Y}$; $\text{var}\{Y\} = \sigma^2$ [Фирмани, 2006].

Пространственная изменчивость поля $Y(x)$, где $x = \{x_1, x_2, x_3\}$ — ортогональная система координат, описывается экспоненциальной или Гауссовой автокорреляцией с разным масштабом корреляции в вертикальном I_v , $x=x_3$ и горизонтальном I_h , $x=x_1, x_2$ направлениях и, соответственно, коэффициентом геометрической анизотропии $\varepsilon = I_v/I_h$. Для такой модели случайного поля при фильтрации с постоянным средним горизонтальным градиентом получено общее выражение для эффективного коэффициента фильтрации в горизонтальном направлении в неограниченной среде K_{efh} в виде [Гельхар, 1993]:

$$K_{efh} = \exp \left[\bar{Y} + \sigma^2 \left(\frac{1}{2} - \alpha(\varepsilon) \right) \right], \quad (1)$$

где

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{2(1-\varepsilon^2)} \left(-\sqrt[3]{1-\varepsilon^2} \arctg \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon} - \varepsilon \right).$$

Частные случаи выражения (1) для характерных значений коэффициента анизотропии ε следующие: для модели двумерного планового потока — среднегеометрическое значение эффективного коэффициента фильтрации: $\varepsilon \rightarrow \infty$; $K_{efh} = K_G = \exp(\bar{Y})$, для модели слоистого пласта — среднеарифметическое значение эффективного коэффициента фильтрации $\varepsilon \rightarrow 0$; $K_{efh} = K_A = \exp(\bar{Y} + 1/2\sigma^2)$ и для изотропного случая значение больше, чем среднегеометрическое, и меньше, чем среднеарифметическое: $\varepsilon = 1$; $K_{efh} = K_{ef} = \exp(\bar{Y} + 1/6\sigma^2)$. Для строго одномерного потока величина эффективного коэффициента фильтрации равна среднегармоническому значению: $K_{efh} = K_H = \exp(\bar{Y} - 1/2\sigma^2)$.

Основные теоретические результаты по исследованию фильтрации к скважине, совершенной по степени и характеру вскрытия пласта, при использовании описанной выше модели поля пространственной изменчивости логарифмов значений коэффициента фильтрации получены методом малых возмущений. Суть этого метода состоит в представлении понижения напора при работе скважины в неоднородной среде как суммы расчетного понижения в однородной среде и бесконечного ряда малых поправок-возмущений, учитывающих флуктуации поля понижений за счет поля фильтрационной неоднородности. Для получения аналитического результата в этом ряду сохраняются только первые члены, что приводит к получению приближенного решения возмущенной задачи, т.е. описываемые ниже результаты приближенные, они формально справедливы при $\sigma^2 < 1$ и тем более точны, чем меньше величина σ^2 . Эти результаты применительно к проблеме стационарного режима фильтрации к скважине изложены в работах [Даган и др, 2007; Индельман и др., 1975–1983, 1996], а нестационарного — в [Индельман, 2003]. Выводы из этих исследований, связанные с

оценкой математического ожидания эквивалентного значения проводимости T_{eq} , т.е. величины проводимости, определяемой с использованием зависимостей для однородного пласта, сводятся к следующему.

Для стационарного режима откачки в случае двумерного потока в плане ($\varepsilon \rightarrow \infty$) деформация линий тока, сходящихся к центральной скважине, зависит от безразмерного расстояния — соотношения расстояния до наблюдательной скважины r и масштаба пространственной корреляции проводимости пласта I_h ($\bar{r} = r/I_h$). При малой величине безразмерного расстояния ($\bar{r} < 1$) фильтрация в плане преимущественно одномерная — радиальная, а при большой величине этого параметра преимущественно двумерная. При этом для пласта постоянной мощности m эквивалентное значение проводимости стремится к среднегармонической величине $T_{eq} = K_H m$, а при большом значении ($\bar{r} \gg 1$) — к среднегеометрической: $T_{eq} = K_G m$. Для общего случая трехмерной изменчивости коэффициента фильтрации, когда мощность пласта существенно превышает вертикальный масштаб корреляции ($m \gg I_v$), при малых безразмерных расстояниях $T_{eq} = K_A m$, а для больших — эквивалентная проводимость зависит от геометрической анизотропии и определяется как $T_{eq} = K_{eff} m$.

Для нестационарного режима откачки с постоянным дебитом наибольший интерес представляет результат, полученный П. Индельманом [Индельман и др., 2003], который показал, что для случая большой продолжительности откачки аппроксимацию математического ожидания кривых понижений при помощи модели Джейкоба–Купера можно представить в виде

$$\hat{S}(r, t) \approx \frac{Q}{4\pi T_{eq}} \ln \frac{2,25at}{r^2}; \quad a = \frac{T_A}{\mu^*} = \frac{K_A m}{\mu^*}, \quad (2)$$

где \hat{S} — математическое ожидание понижения напора, T_A — среднеарифметическая величина проводимости, μ^* — коэффициент упругой водоотдачи пласта.

Уравнение (2) справедливо при масштабах безразмерного времени $\tau_{I_h} = \frac{at}{I_h^2}$ и безразмерного расстояния до точки наблюдений \bar{r} : $\tau_{I_h} > 10^2 \div 10^4$; $\bar{r} > 0,1 \div 1$, т.е. для случая, когда характерный радиус зоны возмущения $r_D \approx \sqrt{at} > 10 \div 100 I_h$, а точка наблюдений лежит в пределах этого радиуса. Таким образом, этот результат обобщает анализ М.И. Швидлера [1985] модели мелкомасштабной неоднородности в плано-радиальном двумерном потоке и подтверждает справедливость идеи о том, что кустовые опытные откачки в напорных пластах позволяют определить эффективную проводимость неоднородного водоносного пласта.

В водоносных горизонтах преимущественно флювиального генезиса, как правило, характерные

значения полевого масштаба вертикальной изменчивости $\ln K$ фильтрации изменяются в пределах $n \cdot 10^{-1} - 10^1$ м, а горизонтальной — $n \cdot 10^1 - 10^3$ м [Гельхар, 1993]. Проведение длительных кустовых опытных откачек в таких пластах с расстояниями до наблюдательных скважин в десятки и сотни метров в случае напорного режима фильтрации, согласно приведенным выше результатам, позволяет выйти на режим, отвечающий модели мелкомасштабной неоднородности и, следовательно, получить оценку эффективной проводимости неоднородного водоносного пласта, усредняя данные, полученные по разным кустам скважин. Однако при этом остается ряд вопросов, требующих дополнительного исследования: в частности, есть ли систематические отличия между проводимостью, оцененной по площадному и временному прослеживанию, как влияет изменчивость проводимости в пределах опытного куста на величину эквивалентной проводимости, полученной по обработке временных кривых для разных наблюдательных скважин; как связана оценка вариации эквивалентной проводимости, полученной по разным кустам с дисперсией $\ln K$. Для ответа на подобные вопросы целесообразно использовать численные эксперименты по моделированию притока к скважинам в неоднородной среде с известной моделью изменчивости поля логарифмов значений коэффициента фильтрации. Пример эффективности применения такого численного анализа, выполненного для проверки приближенных теоретических результатов, достигнутых в [Даган и др., 2007; Гельхар и др., 1993], и подтверждающий их обоснованность можно найти в [Фирмани и др., 2006]. В связи с вышеизложенным цель наших исследований — анализ модельных экспериментов, имитирующих ОФО неоднородного водоносного пласта с реалистичной моделью пространственной изменчивости поля значений коэффициента фильтрации, построенной путем интеграции данных о локальной изменчивости гранулометрического состава водовмещающих отложений и проведенных ранее кустовых откачек.

Обоснование модели геофильтрационной изменчивости. В качестве модельного объекта исследований выбран четвертичный водоносный горизонт палеодолины р. Дон в Воронежской области, сложенный крупно-разнозернистыми песками, супесями и суглинками [Муромец и др., 2018; Поздняков и др., 2019], имеющим среднюю мощность 25–45 м и проводимость около 2000 м²/сут. Выбор этого водоносного пласта для обоснования модели геофильтрационной изменчивости обусловлен тем, что на территории палеодолины, относящейся к Южно-Воронежскому месторождению пресных подземных вод, в 1980-х гг. проведены масштабные поисково-оценочные гидрогеологические исследования, включая изучение пространственной изменчивости фильтрационных свойств. Для этого

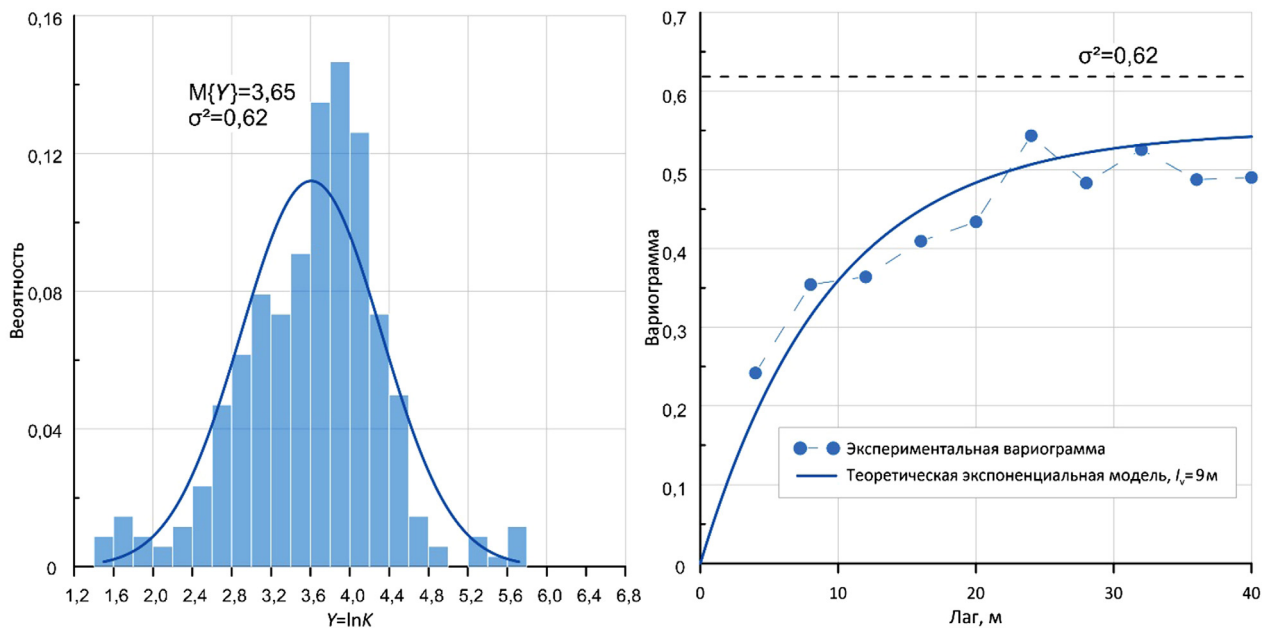


Рис. 1. Распределение (слева) и вертикальная вариограмма (справа) логарифмов коэффициентов фильтрации, рассчитанных по данным гранулометрического состава

был выполнен гранулометрический анализ 340 образцов, отобранных из 28 поисково-разведочных скважин и проведено 18 кустовых опытных откачек для оценки проводимости целевого горизонта. Эти данные использовались для построения модели случайного поля неоднородности логарифма коэффициента фильтрации ($\ln K$). Оцененная по данным 18 откачек проводимость пласта, меняющаяся от 700 до 2500 м²/сут, была пересчитана на выборку средних по кусту значений коэффициента фильтрации как отношение значения средних значений мощности по каждому кусту скважин. В результате получена выборка из 18 значений со среднегеометрической величиной коэффициента фильтрации $K_g^{cl}=49$ м/сут и его среднеарифметическое значение $K_A^{cl}=56$ м/сут. Локальная модель изменчивости значений коэффициента фильтрации строилась на основе кривых гранулометрического состава. Для этого использована зависимость типа Козени–Кармана, связывающая коэффициент фильтрации с квадратом эффективного диаметра в виде

$$K=Cd_g^2, \quad (3)$$

где d_g — среднегеометрический диаметр частиц, определяемый для каждой пробы по кривой гранулометрического состава, C — коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех проб.

Выбор такой упрощенной формы зависимости связан с тем, что из лабораторных данных был известен только гранулометрический состав, полученный ситовым методом. Поэтому неизвестную величину C в зависимости (3) калибровали по данным о среднеарифметическом коэффициенте фильтрации откачек следующим образом:

$$C = K_g^{cl} \hat{d}_g^{-2}, \quad (3)$$

где \hat{d}_g — выборочное среднее среднегеометрического диаметра.

Гистограмма распределения полученных локальных коэффициентов фильтрации приведена на рис. 1. Из анализа этого рисунка следует, что анализируемая выборка из 340 значений рассчитанных значений коэффициента фильтрации достаточно хорошо описывается логнормальным законом распределения.

На рис. 1 также приведена эмпирическая вариограмма, построенная для вертикального направления, и ее аппроксимация теоретической экспоненциальной моделью. Из последней следует, что вертикальный масштаб корреляции $\ln K$ составляет 9 м. Представительных вариограмм в горизонтальном направлении по используемой выборке получить не удалось, так как расстояния между поисково-разведочными скважинами оказались больше, чем характерное расстояние выхода вариограммы в горизонтальном направлении на плато. Поэтому характерный горизонтальный масштаб корреляции $\ln K$ по исходным данным оценить не удалось.

Для последующего моделирования ОФО выполнен апскейлинг трехмерного поля $\ln K$ к двумерному в плане полю проводимости пласта. Для этого связь между локальной проводимостью в точке с плановыми координатами (x_1, x_2) и полем значений коэффициента фильтрации представляется в виде:

$$T(x_1, x_2) = \int_0^m k(x) dx_3. \quad (5)$$

Как показано в [Индельман, 2003], двумерная случайная функция $Y_T(x_1, x_2) = \ln T$ при определении проводимости согласно зависимости (5) в случае

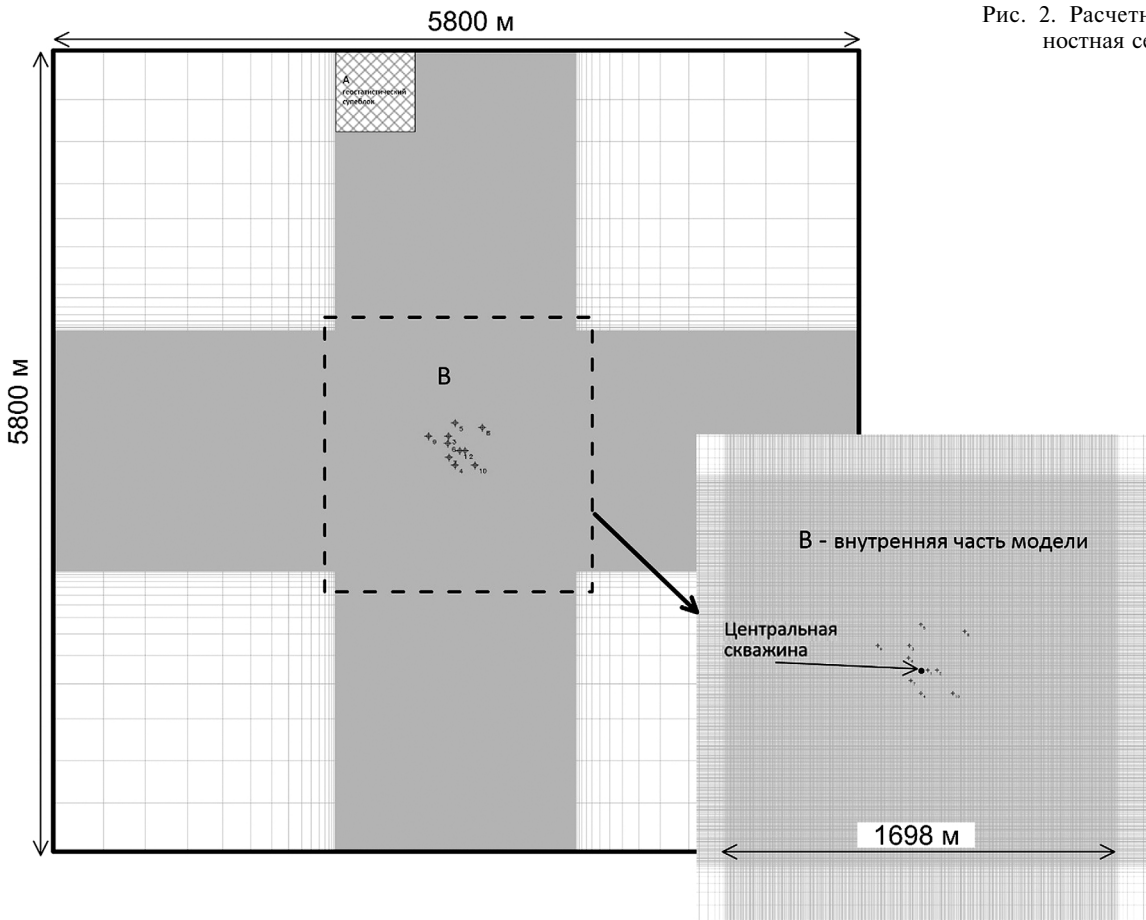


Рис. 2. Расчетная конечно-разностная сетка модели

экспоненциальной корреляции $\ln K$ имеет следующие статистические параметры:

$$M\{Y_T\} = \bar{Y}_T \approx \ln m + \bar{Y} + \frac{1}{2\sigma^2[1 - \varphi(\bar{m})]},$$

$$\text{Var}\{Y_T\} = \sigma_T^2 \approx \sigma^2 \varphi(\bar{m}); \quad \bar{m} = \frac{m}{1,25I_v}, \quad (6)$$

$$\varphi(\bar{m}) = 2\bar{m}^{-2}[\exp(-\bar{m}) + \bar{m} - 1].$$

Соотношения (6) позволяют вычислить статистические параметры планового поля проводимости при известных статистических параметрах трехмерного поля коэффициента фильтрации. Результаты этих расчетов для средней мощности пласта $m=40$ м приведены в табл. 1.

Таблица 1

Статистические параметры поля значений коэффициента фильтрации и рассчитанные по ним параметры поля проводимости пласта

Параметр	$Y(x_1, x_2, x_3) = \ln K$	$Y_T(x_1, x_2) = \ln T$
Математическое ожидание	$\bar{Y} = 3,65$	$\bar{Y}_T = 7,5$
Дисперсия	$\sigma^2 = 0,62$	$\sigma_T^2 = 0,25$
Масштаб корреляции по вертикали, м	$I_v = 9$	нет

Поскольку по исходным данным не удалось определить горизонтальный масштаб корреляции, его величина для проводимости принята равной

300 м ($I_h = 300$ м). Выбор такого масштаба обусловлен тем, что, с одной стороны, он попадает в характерный интервал плановой корреляции $\ln K$ отложений флювиального генезиса, а с другой — дальнейшие наблюдательные скважины в опытных кустах часто расположены на расстоянии нескольких сотен метров. В качестве теоретической модели пространственной корреляции значений $\ln T$ в плане принята экспоненциальная модель вариограммы $\gamma_T(r')$

$$\gamma_T(r') = \sigma_T^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{r'}{I_h}\right) \right], \quad (7)$$

$$r' = \sqrt{(x'_1 - x''_1)^2 + (x'_2 - x''_2)^2}.$$

Методика численного эксперимента. В качестве расчетной схемы для имитации ОФФ в неоднородном пласте использована схема изолированного напорного неограниченного пласта, описываемая моделью Тейса для постоянной проводимости пласта. Для моделирования ОФР используется MODFLOW 2005 [Харбо, 2005]. Для детального учета неоднородности проводимости используется плановая конечно-разностная сетка с размерами 600×600 блоков, из которых область 566×566 блоков — внутренняя часть модели, а 17 блоков по краям — внешняя часть модели. Размер внутренних блоков составлял 3×3 м, т.е. внутренняя зона размером 1698×1698 м равномерно разбита на

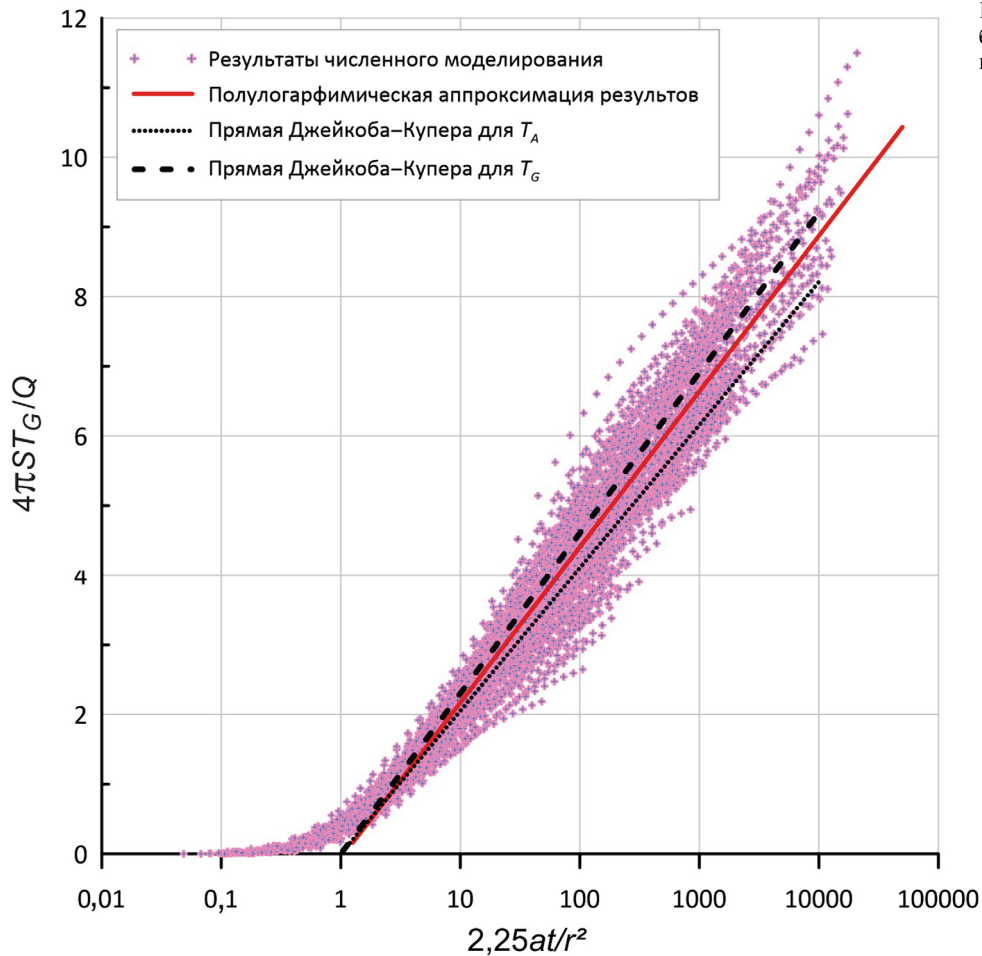


Рис. 3. Модельные графики комбинированного прослеживания в однородном и неоднородном пласте

одинаковые блоки. Размер этих блоков составляет 0,01 от I_h , а плановый размер области детальной разбивки, таким образом, составляет более пяти значений горизонтального масштаба корреляции $\ln T$. Размер внешних блоков постепенно увеличивался при удалении от центра модели в диапазоне от 5 до 350 м, при этом общая площадь модели составляла 5800×5800 м, или 19,3×19,3 масштаба плановой корреляции проводимости (рис. 2).

Для задания поля проводимости во внутренней части модели применен Гауссовский симулятор DSSIM, входящий в пакет геостатистического моделирования SGeMs [Поздняков и др., 1999] и позволяющий проводить безусловное моделирование случайного нормально распределенного поля с заданными параметрами распределения и вариограммой. Внешнюю часть модели для стохастического моделирования $\ln T$ разбивали на квадратные суперблоки с длиной стороны $L_{sb}=600$ м. В каждый суперблок случайным образом задавалось значение $\ln T$ из распределения, имеющее математическое ожидание \bar{Y}_T и дисперсию σ_{sb}^2 , рассчитываемую, согласно [Инделман, 2003], как

$$\sigma_{sb}^2 = \sigma_T^2 \varphi^2 \frac{L_{sb}}{1,25I_h}. \quad (8)$$

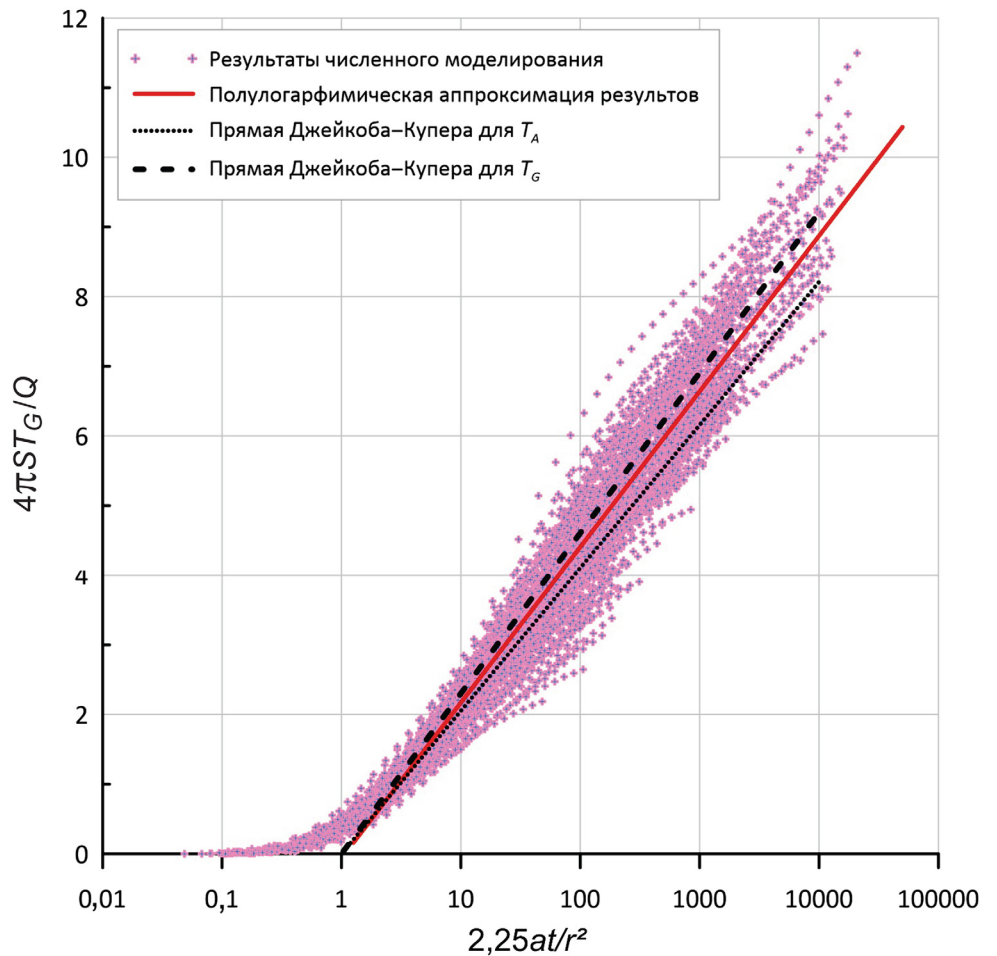
Во всех блоках численной модели, попадающих в один геостатистический суперблок,

использовалось значение $\ln T$ этого суперблока. Полученные таким образом реализации поля $\ln T$ в узлах сеточных блоков модели затем пересчитывали в поле проводимостей для MODFLOW 2005. Упругая водоотдача пласта принята постоянной и равной 10^{-3} . Начальные условия — постоянный напор и нулевое понижение $S(x_1, x_2)=0$ во всей расчетной области.

Для имитации кустового опыта центральная скважина размещена в центре модели в блоке с координатами 301, 301. Дебит откачки (Q)_w постоянный и равен 1500 м³/сут, а ее продолжительность $t_p = 3$ сут. Помимо откачивающей скважины, на модели задано 10 точек наблюдений — наблюдательных скважин, расположенных случайно во внутренней зоне модели с расстоянием от 30 до 255 м от центральной скважины (рис. 2).

Выбранное время опыта, характерное для продолжительности кустовых откачек, таково, что при используемых параметрах упругой емкости и средней проводимости пласта область влияния откачки выходит далеко за внешние границы модели. Поэтому для моделирования неограниченного водоносного горизонта в ограниченной области модели на внешней границе области применяется граничное условие 3-го рода, реализованное в MODFLOW 2005 пакетом GHB (General Head Boundary) [Даган и др., 2007], требующее

Рис. 4. Графики комбинированного прослеживания понижений напоров для всех точек наблюдений и 25 реализаций поля проводимости



задания понижения на внешней границе и параметра проводимости границы T_{ghb} . При задании этих расчетных параметров предполагается, что внешняя граница расположена на расстоянии, равном радиусу влияния откачки [Мироненко и др., 1978] $R_{ghb} = 3\sqrt{at_p}$, а понижение на ней равно нулю. Значение T_{ghb} в каждом граничном блоке, расположенном на расстоянии R_b от центральной скважины, рассчитывается исходя из того, что доля общего расхода потока, формирующегося за счет реализации упругой емкости, экспоненциально падает с расстоянием [Мироненко и др., 1978]. Это ведет к следующему выражению для T_{ghb} :

$$T_{ghb} = \frac{\Delta l_b T_G}{R_b \ln \frac{R_{ghb}}{R_b}} \exp \frac{R_b}{4at_p}, \quad (9)$$

где Δl_b — ширина граничного блока, T_G — средне-геометрическое значение проводимости.

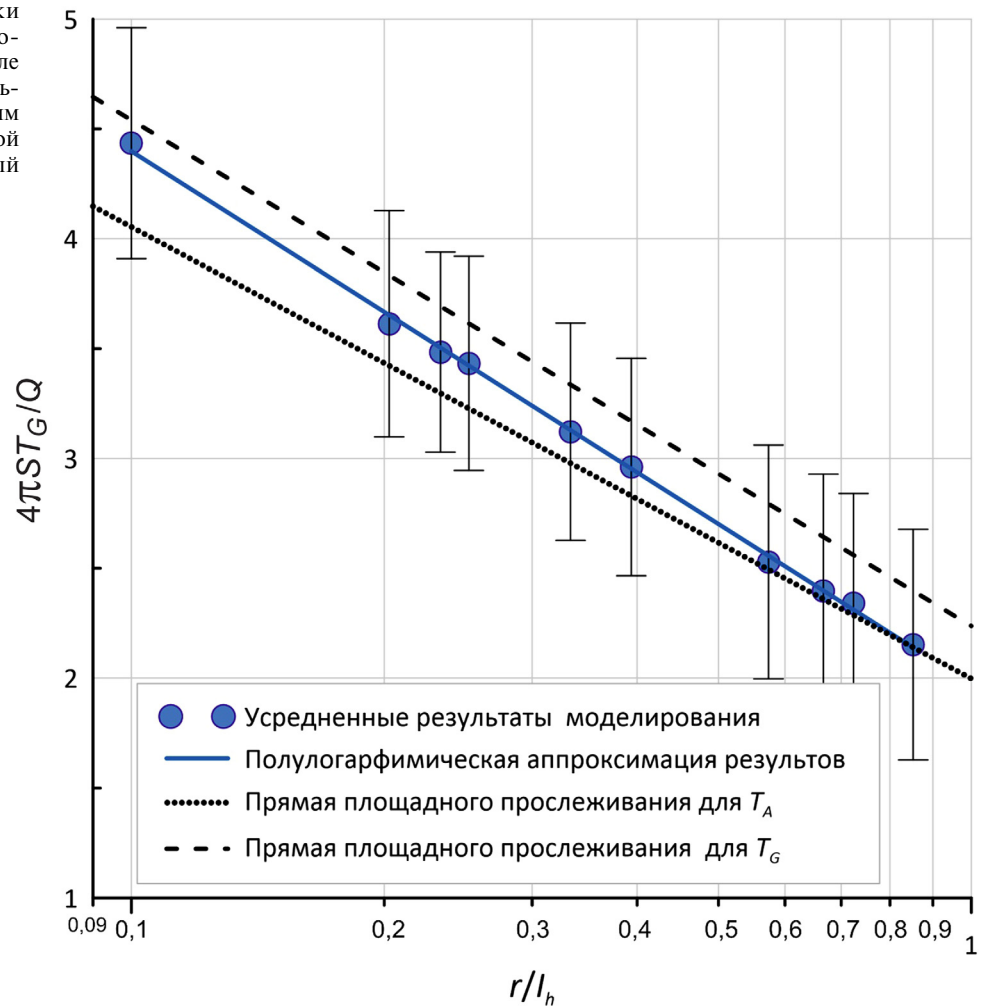
На рис. 3 показаны результаты моделирования откачки с использованием выбранной расчетной сетки и граничных условий, представленные в виде стандартных диагностических графиков комбинированного прослеживания $S - \lg(t/r^2)$ для всех 10 точек наблюдений для случая, когда проводимость пласта постоянна во всей расчетной области и равна $1500 \text{ м}^2/\text{сут}$. Аппроксимация пря-

молинейного участка графика и оценка по нему геофильтрационных параметров методом Джейкоба–Купера дают расчетное значение проводимости $1530 \text{ м}^2/\text{сут}$ и расчетное значение упругой водоотдачи, равное $0,98 \cdot 10^{-3}$. Таким образом, сеточные ошибки, связанные с численным решением задачи, составляют около 2%. Для сравнения на этот же график вынесен результат моделирования для одного из вариантов неоднородного поля проводимости, для которого ее среднеарифметическое значение в пределах радиуса 300 м от центральной скважины составляет $1500 \text{ м}^2/\text{сут}$. На рис. 3 видно, что для неоднородного пласта понижения гораздо хуже ложатся на одну прямую комбинированного прослеживания, чем для однородного пласта.

Анализ результатов моделирования ОФО. Для анализа влияния неоднородности на ОФО сформировано 25 реализаций поля проводимости и для каждой из них выполнено моделирование трехсуточной откачки. Результаты прослеживания понижений в 10 точках рассматривались как журналы наблюдений в опытных скважинах и обрабатывались в системе ANSDIMAT [Синдаловский, 2011] с использованием временного, площадного и комбинированного прослеживания для получения эквивалентных величин проводимости.

Для обобщения результатов для каждой реализации поля рассчитаны локальные оценки средне-

Рис. 5. Усредненные графики площадного прослеживания понижений напора на 2,5 суток после начала откачки. Размер вертикальной линии равен двум стандартным отклонениям понижений в каждой точке наблюдений, рассчитанный по всем 25 реализациям



арифметического (\hat{T}_A) и среднегеометрического (\hat{T}_G) значений проводимости в блоках, лежащих на расстоянии <300 м от центральной скважины.

На рис. 4 вынесены все данные комбинированного прослеживания в виде связи нормированного безразмерного понижения $\bar{s}=4\pi ST_G/Q$ с безразмерным временем $\tau=2,25at/r^2$, причем для каждой реализации при расчете величин безразмерного понижения и времени значения T_G и T_A брали по локальным оценкам полученным для данного поля. Согласно зависимости (2) усредненные данные по всем реализациям при больших безразмерных значениях времени ($\tau \gg 1$) должны ложиться на прямую $\bar{s}=\ln\tau$. Эта прямая показана на рис. 4 и обозначена как прямая Дрейкоба–Купера для T_G . Для сравнения на этом же рисунке показана логарифмическая аппроксимация Дрейкоба–Купера для $T=T_A$. Результаты аппроксимации всех данных полулогарифмическим графиком с использованием метода наименьших квадратов показывают, что уклон аппроксимирующей прямой ближе к уклону прямой $\bar{s}=\ln\tau$, чем к логарифмической аппроксимации Дрейкоба–Купера для $T=T_A$, т.е. результаты моделирования в целом подтверждают приближенный теоретический анализ П. Индельмана [Индельман, 2003] — математическое ожидание эквивалентной

проводимости стремится к ее среднегеометрической величине. При этом это оценка сверху, т.е. полученное математическое ожидание проводимости, судя по уклону, несколько больше, чем среднегеометрическое значение.

На рис. 4 приведен подобный график для площадного прослеживания для фиксированного момента времени — 2,5 сут после начала откачки. Выбор этого момента времени соответствует характерным значениям масштаба

$$\tau_{I_h} = \frac{at}{I_h^2}; \bar{r} = \frac{r}{I_h} = 0,1 \div 0,9, \text{ т.е. и характерный радиус}$$

зоны возмущения, и характерные расстояния до точек наблюдений не соответствуют строго теоретической модели мелкомасштабной неоднородности. Из анализа рис. 5, тем не менее, следует, что логарифмическая аппроксимация усредненных данных площадного прослеживания лежит ближе к прямой, для которой в качестве расчетной эквивалентной проводимости используется среднегеометрическое значение, чем к той, для которой используется среднеарифметическое значение. Однако линия, аппроксимирующая зависимость понижения от логарифма радиуса, лежит между теоретическими прямыми для среднегеометрического и среднегармонического значений проводи-

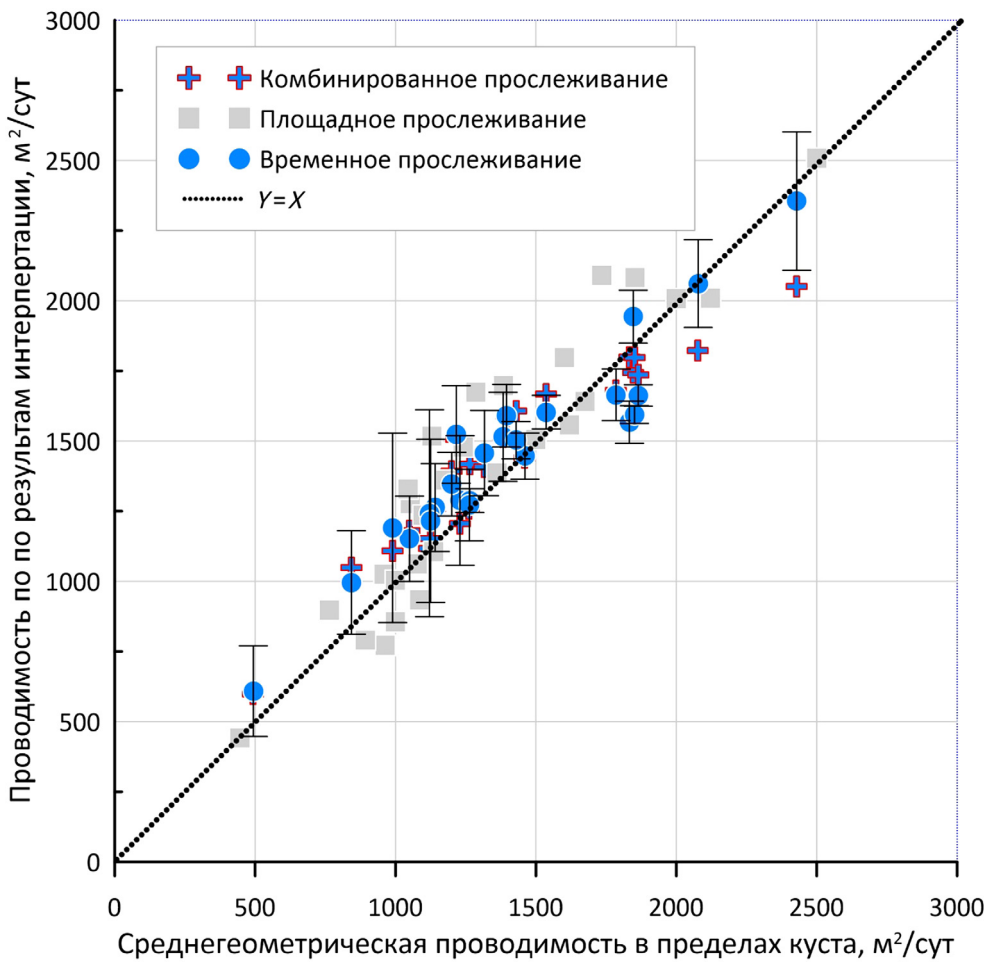


Рис. 6. Корреляционная диаграмма величин эквивалентной проводимости, оцененной при интерпретации ОФО и среднегеометрической проводимости пласта в области расположения точек наблюдения

мости, т.е. обработка площадного прослеживания в данном случае дает оценку снизу математического ожидания эквивалентной проводимости.

Таким образом, анализ усредненных по всем реализациям результатов моделирования показывает, что даже при невыполнении критериев модели мелкомасштабной неоднородности результаты интерпретации данных кустовых откачек в среднем соответствуют среднегеометрическому значению проводимости пласта.

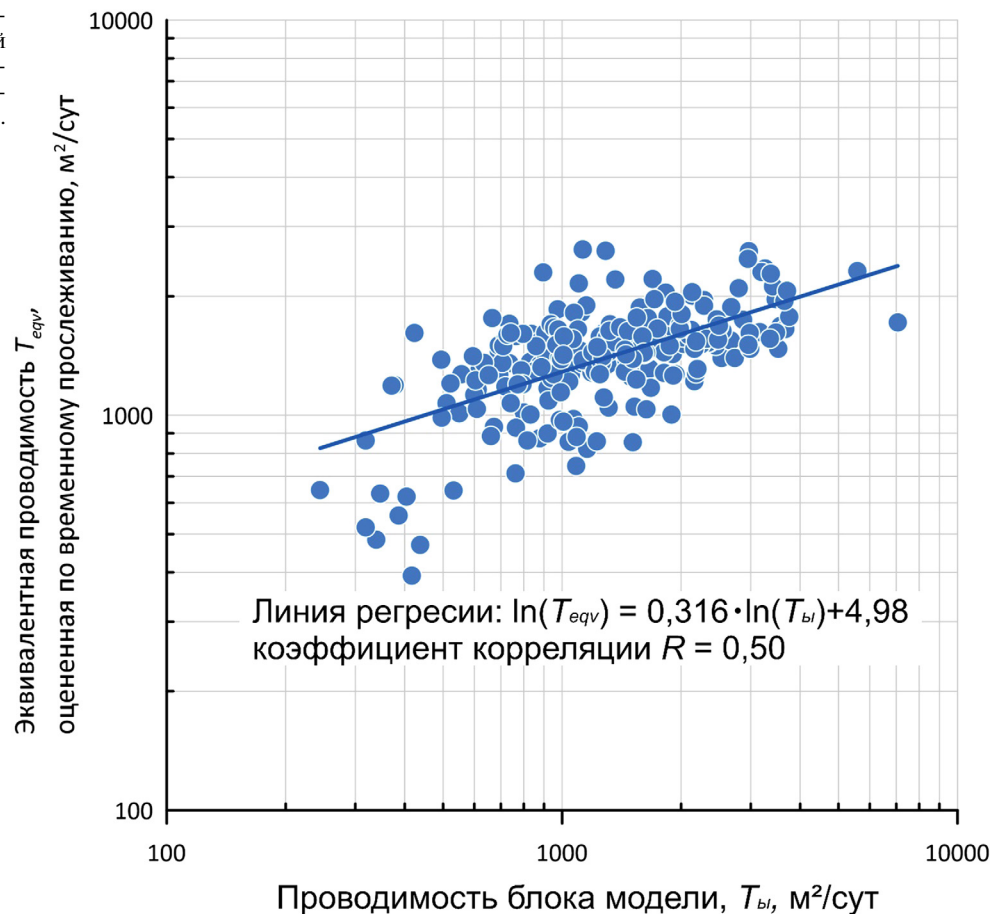
При переходе от усредненных по реализациям значений к интерпретации отдельного кустового опыта приведенные результаты означают, что кустовое опробование должно давать значение эквивалентной проводимости, соответствующее среднегеометрическому значению поля \hat{T}_G в области расположения наблюдательных скважин. На рис. 6 показана корреляционная диаграмма оценок среднегеометрических \hat{T}_G значений проводимости для каждой реализации поля и значений, полученных при интерпретации тремя методами прослеживания (площадное, временное и комбинированное). Из анализа этого рисунка следует, что корреляционная связь между результатами интерпретации и среднегеометрической проводимостью достаточно тесная, а уравнение регрессии — линия $Y=X$, т.е. результат обработки кустового опробования, действительно, дает

оценку именно среднегеометрического значения в области расположения наблюдательных скважин.

Для оценки связи локального значения проводимости в блоке T_{bl} с точкой опробований и величины эквивалентной проводимости, определенной по временному прослеживанию в этой точке, на рис. 7 представлена корреляционная диаграмма из 250 пар значений расчетной эквивалентной проводимости, полученной по всем 25 вариантам поля и всем 10 точкам наблюдений. При анализе этого рисунка хорошо видно, что размах эквивалентной проводимости, определенной по временному прослеживанию, существенно меньше, чем размах значений поля локальной проводимости. Соотношение дисперсии логарифмов локальной проводимости в точке опробования и расчетной эквивалентной проводимости в этой точке составляет $\sim 3,7$, а корреляция между ними достаточно невелика ($R=0,50$).

В табл. 2 приведены результаты оценки статистических параметров поля проводимости по данным обработки моделирования ОФО в сравнении с данными обработки реальных кустовых опытов. Для сравнения добавлены статистические параметры исходного моделируемого поля проводимости из табл. 1. Из данных табл. 2 следует, что статистические параметры обработки виртуальных и реальных откачек достаточно близки. Меньшее

Рис. 7. Связь между эквивалентной проводимостью, оцененной методом временного прослеживания, и значением поля проводимости в точке опробований.
 $R=0,50$



значение дисперсии $\ln T$ для виртуальных откачек, чем для реальных, связано, по-видимому, с тем, что в реальных откачках меняются не только фильтрационные свойства целевого горизонта, но и его мощность. Это увеличивает суммарную дисперсию выборки эквивалентной проводимости, полученной по реальным откачкам. При этом обработка результатов моделирования совершенно естественно показывает меньшую величину дисперсии эквивалентного $\ln T$, чем та дисперсия, которая использовалась при стохастическом моделировании поля проводимости. Это связано с усреднением влияния элементов неоднородности на кривые понижения напоров. Иными словами, переход от выборочной дисперсии поля проводимости, полученной при оценке параметров кустовыми откачками, к «истинной» дисперсии поля проводимости требует даунскейлинга. Этот даунскейлинг может быть выполнен с использованием зависимости (8) для соотношения дисперсий блочной и точечной величин при известном масштабе корреляции I_h .

Заключение. Численный анализ кустовых ОФО в неоднородном водоносном пласте с реалистической моделью пространственной изменчивости поля проводимости напорного пласта и характерным размером куста наблюдательных скважин, соизмеримым с пространственным масштабом корреляции геофильтрационной неоднородности, позволяет сделать следующие выводы.

В рассмотренном характерном для реальных кустовых опробований случае, когда плановый размер куста скважин и масштаб пространственной корреляции проводимости имеют примерно одинаковый порядок, не выполняется критерий теоретически изученной модели мелкомасштабной неоднородности. Однако моделирование откачек показало, что даже при невыполнении этих критериев усредненные результаты интерпретации данных кустовых откачек соответствуют среднегеометрическому значению поля проводимости пласта. Таким образом, результаты моделирования подтверждают полученный ранее приближенный

Таблица 2

Выборочные статистические параметры поля проводимости пласта по данным моделирования ОФО и обработки реальных кустовых откачек

Оценки параметров логнормального распределения $Y=\ln T$	Обработка моделирования 25 ОФО			Обработка 18 полевых кустовых опытов	Исходное моделируемое поле проводимости
	комбинированное прослеживание	площадное прослеживание	временное прослеживание		
Среднее, 019	7,24	7,15	7,24	7,26	7,5
Дисперсия, 017	0,07	0,15	0,09	0,17	0,25

теоретический результат для модели мелкомасштабной неоднородности и расширяет его на практически важный случай соизмеримости размеров куста и элементов геофильтрационной неоднородности в плане.

При обработке кустовой откачки с помощью стандартных аналитических методов временного, площадного и комбинированного прослеживания полученные значения эквивалентной проводимости соответствуют среднегеометрическому значению поля проводимости, осредненному в пределах этого куста. При анализе неоднородности с использованием данных для ряда кустовых откачек получаемая дисперсия логарифмов эквивалентной

проводимости меньше, чем дисперсия истинного поля проводимости. Для ее оценки по данным о дисперсии логарифмов эквивалентной проводимости требуется знание масштаба пространственной изменчивости этого поля.

Таким образом, наши исследования подтвердили возможность применения стандартных методов прослеживания при обработке данных кустовой откачки в условиях плановой неоднородности для оценки эквивалентной проводимости пласта в области расположения куста скважин.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-17-10187).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Боревский Б.В., Самсонов Б.Г., Язвин Л.С. Методика определения параметров водоносных горизонтов по данным откачек. М.: Недра, 1973. 304 с.

Мироненко В.А., Шестаков В.М. Теория и методы интерпретации опытно-фильтрационных работ. М.: Недра, 1978. 325 с.

Муромец Н.Н., Самарцев В.Н., Хакимова А.А., Василевский П.Ю. Влияние фильтрационной неоднородности донных отложений на разгрузку подземных вод в бассейне малой реки в естественных и нарушенных условиях // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 4. Геология. 2018. № 1. С. 89–98.

Поздняков С.П., Сизов Н.Е., Лехов В.А. Размер зоны санитарной охраны водозаборной скважины в слоисто-неоднородном пласте // Инженерная геология. 2019. Т. 14, № 2. С. 74–81.

Синдаловский Л.Н. ANSDIMAT — программный комплекс для определения параметров водоносных пластов. СПб.: Наука, 2011. 335 с.

Швидлер М.И. Фильтрационные течения в неоднородных пористых средах. М.: Гостоптехиздат, 1963. 136 с.

Швидлер М.И. Статистическая гидродинамика пористых сред. М.: Недра, 1985. 287 с.

Dagan G, Lessoff S.R. Transmissivity upscaling in numerical aquifer models of steady well flow: conditional

statistics // Water Resour. Res. 2007. Vol. 43, N 10. P. V. doi.org/10.1029/2007WR006028.

Harbaugh, A.W. MODFLOW-2005, The U.S. Geological Survey modular ground-water model—the Ground-Water Flow Process // U.S. Geol. Surv. Techniques and Methods 6-A16. 2005. P. V. DOI: org/10.3133/tm6A16.

Firmani G., Fiori A., Bellin A. Three-dimensional numerical analysis of steady state pumping tests in heterogeneous confined aquifers // Water Resour. Res. 2006. Vol. 42, W03422. DOI: 10.1029/2005WR004382.

Gelhar L.W. Stochastic subsurface hydrology. Prentice-Hall, 1993. 390 p.

Indelman P. Transient pumping well flow in weakly heterogeneous formations // Water Resour. Res. 2003. Vol. 39, N 10. P.V. 7-1–7-10. DOI: org/10.1029/2003WR002036.

Indelman P., Fiori A., Dagan G. Steady flow toward wells in heterogeneous formations: Mean head and equivalent conductivity // Water Resour. Res. 1996. Vol. 32, N 7. P. 1975–1983.

Pozdniakov S.P., Tsang C.F. A semianalytical approach to spatial averaging of hydraulic conductivity in heterogeneous aquifers // J. Hydrology. 1999. Vol. 216, N 1-2. P. 78–98.

Remy N., Boucher A, Wu J. Applied Geostatistics with SGeMS. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2009.

Поступила в редакцию 29.11.2020

Поступила с доработки 28.01.2021

Принята к публикации 28.01.2021