

УДК 556.34:532.5

Р.С. Штенгелов¹

О ДЕЙСТВУЮЩИХ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКИХ СКВАЖИНАХ НА СЕТОЧНЫХ МОДЕЛЯХ

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»,
119991, Москва, ГСП-1, Ленинские Горы, 1
Lomonosov Moscow State University, 119991, GSP-1, Leninskiye Gory, 1

Рассмотрены проблемы реализации гидрогеологических скважин на сеточных моделях. Предложено оригинальное решение для расчета поправки к модельному решению в случае несовершенной (по степени вскрытия пласта) скважины.

Ключевые слова: гидрогеодинамическая модель, гидрогеологическая скважина, модельная поправка, несовершенная скважина.

Special aspects of pumping wells realization on grid models are concerned. In case of partially penetrating well the original idea to correct model solution is proposed.

Key words: groundwater modeling, pumping well, model solution correction, partial penetration.

Введение. Под действующими понимают скважины, оборудованные фильтровым интервалом, в которых производится либо извлечение подземных вод из водоносного горизонта, либо подача воды (или специальных флюидов) в водоносный горизонт. Водозаборные скважины — основной вид водозахватных устройств при добыче пресных, минеральных и промышленных подземных вод; они также широко применяются в системах дренажа горных выработок и подземных сооружений. Водопоглощающие скважины в режиме свободного налива или нагнетания с избыточным давлением на устье используются в системах искусственного пополнения запасов подземных вод, кондиционирования воздуха, подземного выщелачивания, в различных модификациях заводнения нефтяных пластов и др.

В гидрогеодинамических расчетах на действующих скважинах в зависимости от функционального назначения устанавливаются два рода граничного условия — заданная производительность (например, на большинстве водозаборных скважин) или заданный напор/понижение (чаще всего на дренажных скважинах). В любом случае при моделировании действующих скважин существует проблема несоответствия между реальной пространственной структурой притока к фильтровому интервалу скважины и дискретной структурой течения к «скважинному» блоку на сеточной модели. Вследствие этого несоответствия появляется различие между модельным решением в узле «скважинного» блока и фактическим напором/понижением в скважине, что требует обязательной корректировки результатов моделирования.

Совершенная скважина в потоке с независимой проводимостью (напорный поток). Фильтровой интервал полностью каптирует обводненную часть разреза при любом положении уровня, что свойственно напорным пластам с пьезометрической поверхностью. Приток к скважине имеет плоско-плановую квазирадialную структуру и в ближайшей окрестности скважины описывается логарифмикой Дюпюи:

$$H_{\Delta x} - H_c = \frac{Q_c}{2\pi T} \ln \frac{\Delta x}{r_c}, \quad (1)$$

где $H_{\Delta x}$ — напор на расстоянии Δx от скважины, H_c — напор на фильтре скважины радиусом r_c , Q_c — дебит скважины, T — проводимость пласта.

В отличие от этого на прямоугольной конечно-разностной модельной сетке (количество граней блока $n = 4$, рис. 1) приток к «скважинному» блоку происходит в виде линейных потоков из четырех смежных блоков; расход каждого из таких потоков при квадратной разбивке сетки с шагом Δx :

$$Q = T \Delta x \frac{H_{\Delta x} - H_{\text{мод}}}{\Delta x},$$

где $H_{\text{мод}}$ — модельное решение для напора в узле «скважинного» блока.

При достаточном удалении в плане от граничных условий потока можно принимать равномерный характер притока из смежных блоков сетки ($Q = 1/n Q_c$). Тогда

$$H_{\Delta x} - H_{\text{мод}} = 0,25 \frac{Q_c}{T}. \quad (2)$$

¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, геологический факультет, кафедра гидрогеологии, профессор, докт. геол.-минер. н.; e-mail: rssteng@mail.ru

Почленно вычитая (2) из (1), получим выражение для расчета величины поправки для перехода от модельного решения в «скважинном» блоке к фактическому напору/понижению в реальной скважине:

$$\begin{aligned} H_{\text{мод}} - H_c \quad (\text{или} \quad S_c - S_{\text{мод}}) = \\ = \frac{Q_c}{T} \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{\Delta x}{r_c} - 0,25 \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, между напором/понижением в реальной скважине и сеточным модельным решением объективно существует разность (обозначим ее ΔU), зависящая от параметров скважины (Q_c , r_c), пласта (T) и модельной сетки (Δx). Она может быть нулевой лишь при условии $r_c \approx 0,208\Delta x$, что не реально для одиночных скважин, так как при характерных диаметрах фильтров 8–12" размер блока сетки не должен превышать 0,5–0,7 м. Но в редких частных случаях существования в блоке сетки нескольких скважин, объединенных в расчетный «большой колодец», возможно выполнение условия $\Delta U = 0$ при реальных размерах сеточной разбивки.

В общем виде для n -угольных конечно-элементных сеток в формуле (3) вместо 0,25 используется расчетная величина $(1/n)\text{ctg}(\pi/n)$ [Лукнер, Шестаков, 1976].

При прямоугольной разбивке сетки ($\Delta x > \Delta y$) [Андреев, Кряквина, 1972]

$$\Delta U = \frac{Q_c}{2\pi T} \left(\ln \frac{\Delta x}{r_c} - 0,577 - \ln \frac{4\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}} \right),$$

либо в интервале $\bar{x} = \Delta x/\Delta y = 1 \div 5$ [Штенгелов, 1988]:

$$\Delta U = \frac{Q_c}{T} \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{\Delta y}{r_c} - 0,25 \right) \cdot (0,75 + 0,25\sqrt{\bar{x}}).$$

Совершенная скважина в однородном по вертикали потоке на горизонтальном водоупоре (безнапорный поток, схема Дюпюи). В безнапорных потоках со свободной поверхностью проводимость линейно зависит от текущей мощности обводненной части пласта («глубины» потока) $T = Kh$. Применяя линеаризацию уравнений фильтрации по Багрову–Веригину, получим аналогично предыдущему случаю: для радиального притока к реальной скважине

$$h_{\Delta x}^2 - h_c^2 = \frac{Q_c}{\pi K} \ln \frac{\Delta x}{r_c},$$

для линейных притоков на квадратной модельной сетке

$$(n = 4) \quad h_{\Delta x}^2 - h_{\text{мод}}^2 = 0,5 \frac{Q_c}{K},$$

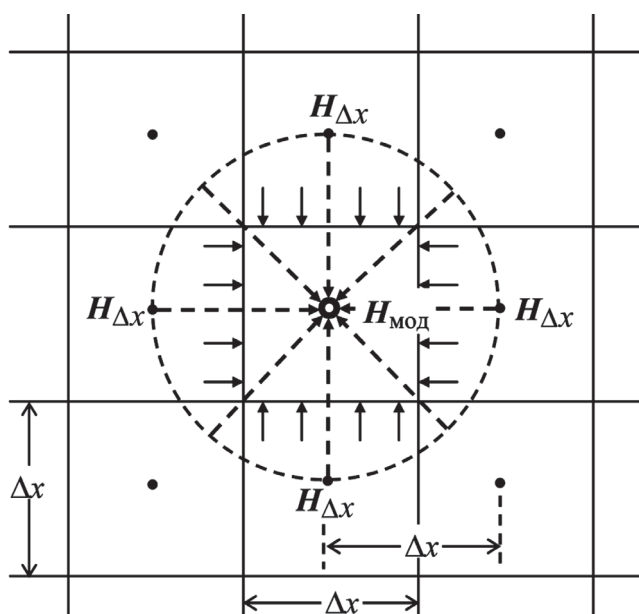


Рис. 1. Характер притока к водозаборной скважине в реальном плоско-плановом потоке и на сеточной модели

$$h_c = \sqrt{h_{\text{мод}}^2 - \frac{Q_c}{K} \left(\frac{1}{\pi} \ln \frac{\Delta x}{r_c} - 0,5 \right)}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Delta U = h_{\text{мод}} - h_c = \\ = h_{\text{мод}} - \sqrt{h_{\text{мод}}^2 - \frac{Q_c}{K} \left(\frac{1}{\pi} \ln \frac{\Delta x}{r_c} - 0,5 \right)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где h — обводненная мощность пласта, K — коэффициент фильтрации.

Сравнивая формулы (3) и (5), следует обратить внимание на то, что в напорных потоках с независимой проводимостью поправка к модельному решению в «скважинном» блоке возрастает только пропорционально увеличению дебита. В безнапорных потоках она возрастает нелинейно и более интенсивно, так как сложно зависит не только от дебита, но и от текущей мощности потока h (рис. 2). Поэтому модельное решение для безнапорного потока значительно и прогрессирующим образом «отстает» от реального уровня в скважине, что хорошо видно на рис. 3 при сравнении кривых реального понижения в скважине и модельного понижения в «скважинном» блоке. Когда в реальной скважине сработано почти 90% исходной мощности потока и она обвальнo перепонижается уже при небольшом увеличении дебита, на модели понижение еще не превышает даже 50% мощности, что создает иллюзию возможности значительно наращивать дебит. Эту особенность нужно учитывать, в частности, при автоматизированном решении оптимизационных задач по подбору дебитов в группах взаимодействующих скважин.

Выводы применительно к потокам плоско-плановой структуры. 1. Для определения факти-

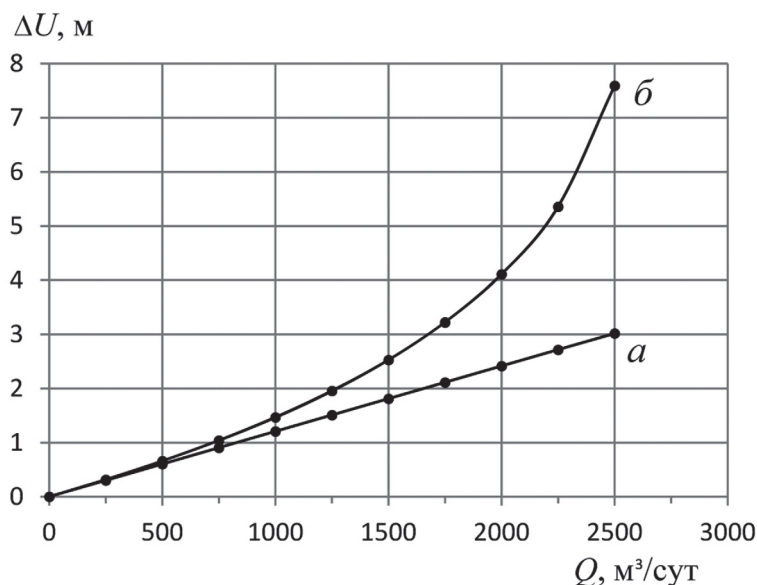


Рис. 2. Зависимость модельной поправки от дебита скважины (а — в напорном потоке, б — в безнапорном потоке)

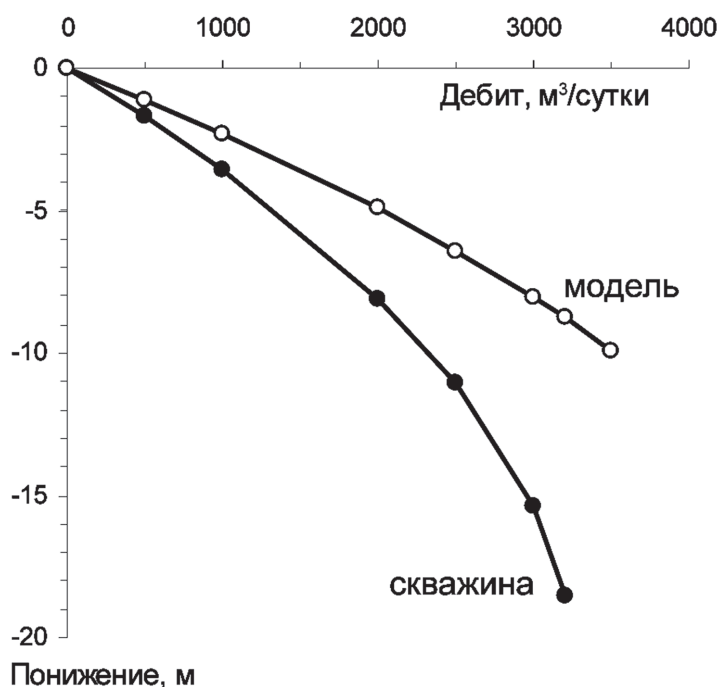


Рис. 3. Зависимость понижения от дебита в безнапорном потоке в реальной скважине и на модели

ческого значения напора/понижения в реальной скважине, работающей в режиме заданного дебита, необходимо ввести поправку к модельному решению в «скважинном» блоке:

$$H_c = H_{\text{мод}} - \Delta U, S_c = S_{\text{мод}} + \Delta U.$$

Поправка ΔU имеет знак, противоположный балансовому знаку дебита. При откачке (водозаборные скважины — стоки, балансовый знак «минус») поправка положительна, при наливах/нагнетаниях (водопоглощающие скважины — источники, балансовый знак «плюс») поправка при-

обретает отрицательное значение. Соответственно, при откачке $H_c < H_{\text{мод}}$, $S_c > S_{\text{мод}}$; при наливах $H_c > H_{\text{мод}}$, $S_c < S_{\text{мод}}$ (учитывая, что при наливах величина «понижения» является отрицательной).

2. Если скважина работает в режиме заданного напора/понижения $H_c(S_c)$, то величина поправки ΔU заранее не известна, поскольку прогнозная производительность скважины должна быть определена только по результатам решения. Задание значения $H_c(S_c)$ в виде условия 1-го рода непосредственно в «скважинный» блок модели ошибочно. Эффективный прием моделирования для напорных потоков в этом случае — установка в «скважинный» блок граничного условия 3-го рода с заданным напором/понижением через дополнительное сопротивление:

$$\Phi^* = \frac{1}{T} \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{\Delta x}{r_c} - 0,25 \right).$$

Производительность скважины определяется по величине разности $\Delta H(\Delta S)$ между модельным решением и заданным значением напора/понижения:

$$Q = \frac{\Delta H(\Delta S)}{\Phi^*}.$$

Для безнапорных условий эта методика неприменима, поскольку величина Φ^* зависит от модельного решения $h_{\text{мод}}$. Производительность скважины в этом случае должна определяться подбором до достижения выполнения условия:

$$h_{\text{мод}} = \sqrt{h_c^2 + \frac{Q_c}{K} \left(\frac{1}{\pi} \ln \frac{\Delta x}{r_c} - 0,5 \right)}.$$

Несовершенная скважина в потоке пространственной структуры. Теоретическая модель в этих условиях описывает приток к линейному стоку (фильтровой интервал несовершенной скважины), расположенному в пласте, неограниченном,

полуограниченным или ограниченным по мощности. На моделях продуктивный пласт имеет реальную конечную мощность. Для реализации несовершенной скважины в разрезе продуктивного пласта должен быть выделен отдельный модельный слой, мощность которого соответствует длине фильтрового интервала, а в общем случае — еще два модельных слоя: над фильтром (мощностью от кровли пласта до верха фильтрового интервала) и под ним (мощностью от низа фильтрового интервала до подошвы пласта). В частных случаях примыкания фильтра к кровле или подошве

пласта соответствующие слои в структуре модели отсутствуют.

Необходимость введения поправки к модельному решению ΔU обусловлена несоответствием структуры квазисферического притока к фильтру реальной несовершенной скважины и линейного характера притока к «водозаборному» блоку трехмерной прямоугольной модельной сетки. Количественное выражение поправки определяется положением фильтра относительно кровли и подошвы пласта. Покажем принцип обоснования величины поправки для достаточно распространенного случая расположения фильтра радиуса r_c и длиной l , центр которого расположен в разрезе на расстоянии c_0 от непроницаемой кровли пласта. Влияние другой границы (подошва) с допустимой погрешностью не учитывается, если она удалена на расстояние больше $(1+1,6)l$. Понижение в действующей скважине с дебитом Q_c [Шестаков, 1979]:

$$S_c = \frac{Q_c}{4\pi Kl} \left(\operatorname{Arsh} \frac{z+0,5l}{r_c} - \operatorname{Arsh} \frac{z-0,5l}{r_c} + \operatorname{Arsh} \frac{2c_0-z+0,5l}{r_c} - \operatorname{Arsh} \frac{2c_0-z-0,5l}{r_c} \right),$$

где z — расстояние по вертикали от середины фильтра (для действующей скважины $z = 0$).

Учитывая, что гиперболические функции sh и Arsh нечетные, получим:

$$S_c = \frac{Q_c}{4\pi Kl} \times \left(2\operatorname{Arsh} \frac{0,5l}{r_c} + \operatorname{Arsh} \frac{2c_0+0,5l}{r_c} - \operatorname{Arsh} \frac{2c_0-0,5l}{r_c} \right).$$

Понижение в точке на расстоянии Δx в плане с фильтром на той же высоте (с теми же преобразованиями) будет следующим:

$$S_{\Delta x} = \frac{Q_c}{4\pi Kl} \times \left(2\operatorname{Arsh} \frac{0,5l}{\Delta x} + \operatorname{Arsh} \frac{2c_0+0,5l}{\Delta x} - \operatorname{Arsh} \frac{2c_0-0,5l}{\Delta x} \right),$$

тогда разность понижений между действующей скважиной и точкой на расстоянии Δx составит:

$$S_c - S_{\Delta x} = \frac{Q_c}{4\pi Kl} \times \left[\left(2\operatorname{Arsh} \frac{0,5l}{r_c} + \operatorname{Arsh} \frac{2c_0+0,5l}{r_c} - \operatorname{Arsh} \frac{2c_0-0,5l}{r_c} \right) - \left(2\operatorname{Arsh} \frac{0,5l}{\Delta x} + \operatorname{Arsh} \frac{2c_0+0,5l}{\Delta x} - \operatorname{Arsh} \frac{2c_0-0,5l}{\Delta x} \right) \right] = \frac{Q_c}{4\pi Kl} D. \quad (6)$$

При нумерации модельных слоев сверху вниз (слой фильтрового интервала с номером i) безразмерная константа D равна

$$D = \left\{ \left(2\operatorname{Arsh} \frac{0,5m_i}{r_c} + \operatorname{Arsh} \frac{2m_{i-1}+1,5m_i}{r_c} - \operatorname{Arsh} \frac{2m_{i-1}+0,5m_i}{r_c} \right) - \left(2\operatorname{Arsh} \frac{0,5m_i}{\Delta x} + \operatorname{Arsh} \frac{2m_{i-1}+1,5m_i}{\Delta x} - \operatorname{Arsh} \frac{2m_{i-1}+0,5m_i}{\Delta x} \right) \right\},$$

При ее вычислении можно пользоваться достаточно точным приближением

$$\operatorname{Arsh} X = \ln \left(X + \sqrt{X^2 + 1} \right).$$

На модели приток к блоку скважины (с решением $S_{\text{мод}}$) осуществляется по шести направлениям — четыре по слою i и два по вертикали из слоев $i-1$ и $i+1$:

$$Q_c = 4Q_{xy} + Q_z^{i-1} + Q_z^{i+1},$$

$$Q_{xy} = K\Delta x m_i \frac{S_{\text{мод}} - S_{\Delta x}}{\Delta x} = Kl(S_{\text{мод}} - S_{\Delta x}).$$

В этой формуле K — латеральный коэффициент фильтрации, $S_{\Delta x}$ — модельное понижение в соседних блоках в слое i ,

$$Q_z^{i-1} = K_z \Delta x^2 \frac{S_{\text{мод}} - S_{i-1}}{0,5(m_{i-1} + l)}.$$

$$Q_z^{i+1} = K_z \Delta x^2 \frac{S_{\text{мод}} - S_{i+1}}{0,5(m_{i+1} + l)}.$$

В этих формулах должен использоваться вертикальный коэффициент фильтрации K_z (приток по вертикали).

Соответственно,

$$Q_c = 4Kl(S_{\text{мод}} - S_{\Delta x}) + 2K_z \Delta x^2 \left(\frac{S_{\text{мод}} - S_{i-1}}{0,5(m_{i-1} + l)} + \frac{S_{\text{мод}} - S_{i+1}}{0,5(m_{i+1} + l)} \right)$$

или

$$\begin{aligned} S_{\text{мод}} - S_{\Delta x} &= \frac{Q_c - 2K_z \Delta x^2 \left(\frac{S_{\text{мод}} - S_{i-1}}{0,5(m_{i-1} + l)} + \frac{S_{\text{мод}} - S_{i+1}}{0,5(m_{i+1} + l)} \right)}{4Kl} = \\ &= \frac{1}{4Kl} (Q_c - E_1 - E_2), \quad (7) \\ E_1 &= \frac{4K_z \Delta x^2}{m_{i-1} + l} (S_{\text{мод}} - S_{i-1}); \\ E_2 &= \frac{4K_z \Delta x^2}{m_{i+1} + l} (S_{\text{мод}} - S_{i+1}). \end{aligned}$$

Вычитая (7) из (6), окончательно получим

$$\Delta U = S_c - S_{\text{мод}} = \\ = \frac{0,25}{Kl} (Q_c(0,318 D - 1) + E_1 + E_2).$$

При ином положении фильтра относительно границ пласта в разрезе (примыкание к кровле или подошве, значительное удаление от обеих границ) выражения для расчета поправки должны быть получены на основе соответствующих теоретических решений гидрогеодинамики скважин.

Заключение. Численное тестирование величины поправки к модельному решению для действующих скважин в диапазоне ординарных и экстремальных наборов параметров среды и структуры сеточных моделей показывает ее сопоставимость с собственными, гидрогеодинамически обусловленными понижениями уровней в скважинах. Это обстоятельство требует учета таких поправок для мелкомасштабных региональных моделей, где размеры сеточных блоков достигают нескольких километров, а также при прогнозном моделировании водозаборных систем на конкретных месторождениях, поскольку гидрогеодинамическая обеспеченность запасов подземных вод оценивается строго по величине допустимых понижений уровней в скважинах. Однако в современных программах моделирования фильтрации эта проблема даже не обозначена, что потенциально создает возможность существенных расчетных погрешностей в случае недостаточной осведомленности

пользователя. Представляется, что назрела необходимость дополнить пользовательские интерфейсы и вычислительные алгоритмы системой расчетов поправок для типовых условий функционирования гидрогеологических скважин.

В заключение подчеркну, что понижения уровней в действующих скважинах формируются под влиянием дополнительного фильтрационного сопротивления, возникающего в процессе строительства и освоения скважины в связи с изменением пропускной способности фильтра и проницаемости отложений в прискважинной зоне. Учет этого весьма значимого фактора в аналитических расчетах и в практике моделирования возможен путем формальной замены технического радиуса фильтрового интервала r_c на расчетную величину r_c^0 [Шестаков, 1979]. Оценка величины расчетного радиуса наиболее эффективна при наличии наблюдательной скважины на расстоянии $r \geq m$:

$$r_c^0 = \exp \left(\ln r - \frac{2\pi T(S_c - S)}{Q_c} \right),$$

где S_c , S — понижения в действующей и наблюдательной скважинах соответственно.

Поскольку величина расчетного радиуса в процессе многолетней эксплуатации скважины может изменяться (в ту или иную сторону), целесообразно при проектировании состава объектного мониторинга на осваиваемых месторождениях подземных вод предусматривать сооружение наблюдательных скважин вблизи каждой действующей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Андреев В.Б., Кряквина С.А. О функции источника сеточного оператора Лапласа // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 1972. Т.12, № 2. С. 365–373.
Лукнер Л., Шестаков В.М. Моделирование геофильтрации. М.: Недра, 1976. 407 с.

Шестаков В.М. Динамика подземных вод. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979. 368 с.

Штенгелов Р.С. Формирование и оценка эксплуатационных запасов пресных подземных вод. М.: Недра, 1988. 231 с.

Поступила в редакцию 09.04.2019

Поступила с доработки 25.04.2019

Принята к публикации 25.04.2019